

以下, X, Y, Z を位相空間とする.

問 1. $\phi, \psi \in \mathcal{C}(X, Y)$ とする. ϕ と ψ がホモトピック ($\phi \sim_h \psi$ と書く) であることの定義を述べよ. また ϕ のホモトピー類 $[\phi]$ の定義を述べよ.

問 2. $\phi \in \mathcal{C}(X, Y), \phi' \in \mathcal{C}(Y, Z)$ とする. $[\phi'] \circ [\phi]$ の定義を述べよ.

問 3. $X := \{x\}$ を一点集合とし, $Y := Z := \mathbb{R} \setminus \{0\}$ とする. 各点 $y \in Y$ について, 連続写像 $\phi_y : X \rightarrow Y$ を

$$\phi_y : X \rightarrow Y, x \mapsto y$$

として定める. また各 $r > 0$ について,

$$\sigma_r : Y \rightarrow Z, y \mapsto ry$$

とおく. 以下の問に答えよ (証明は書かなくてよい):

(1) $\phi_1 \sim_h \phi_2$ か否か判定せよ.

(2) $\phi_1 \sim_h \phi_{-1}$ か否か判定せよ.

(3) $\sigma_1 \sim_h \sigma_2$ か否か判定せよ.

(4) $(\sigma_1 \circ \phi_1) \sim_h (\sigma_2 \circ \phi_2)$ か否か判定せよ.