幾何学 B 小レポート No.04

学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問 1. X, Y, X', Y' を位相空間とする．$\phi_X \in C(X, X')$, $\psi_{X'} \in C(X', X)$, $\phi_Y \in C(Y, Y')$, $\psi_{Y'} \in C(Y', Y)$ について, $(\phi_X, \psi_{X'})$ が X と X' のホモトピー同値を, また $(\phi_Y, \psi_{Y'})$ が Y と Y' のホモトピー同値を与えているとする．すなわち $[\psi_{X'}] \circ [\phi_X] = [\mathrm{id}_X]$ かつ $[\phi_X] \circ [\psi_{X'}] = [\mathrm{id}_{X'}]$ とする ($(\phi_Y, \psi_{Y'})$ も同様).

このとき,

$$\alpha : [X, Y] \to [X', Y'],\ \ [\xi] \mapsto [\phi_Y] \circ [\xi] \circ [\psi_{X'}],$$

$$\beta : [X', Y'] \to [X, Y],\ \ [\eta] \mapsto [\psi_{Y'}] \circ [\eta] \circ [\phi_X]$$

とおくと, α と β は互いに逆写像となることを示せ.

問 2. $X = \{*\}$ を一点空間とし, $Y = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ とする．このとき集合 X/path, Y/path をそれぞれ決定せよ (証明は省略してよい).

問 3. $X = \{*\}$ を一点空間とし, $Y = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ とする．$\phi, \psi \in C(X, Y)$ をそれぞれ

$$\phi(*) := 1 \in Y,\ \ \psi(*) := -1 \in Y$$

により定める．このとき $[\phi] \neq [\psi]$ となることを示せ.