幾何学 B 小レポート No.05

学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問 1. 位相空間の三つ組の定義を述べよ.

問 2. (X, A_1, A_2), (Y, B_1, B_2), (Z, C_1, C_2) をそれぞれ位相空間の三つ組とする. また, $\phi \in \mathcal{C}((X, A_1, A_2), (Y, B_1, B_2))$, $\psi \in \mathcal{C}((Y, B_1, B_2), (Z, C_1, C_2))$ とする. このとき

$$\psi \circ \phi \in \mathcal{C}((X, A_1, A_2), (Z, C_1, C_2))$$

となることを示せ.

問 3. $a := (0,0) \in \mathbb{R}^2$, $b := (0,1) \in \mathbb{R}^2$ とおく. また $\gamma_0, \gamma_1 \in \mathrm{Path}(\mathbb{R}^2, a, b)$ を,

$$\gamma_0(s) := (0, s),\ \ \gamma_1(s) := (s(s-1), s) \quad (s \in I := [0,1])$$

として定める. γ_0 から γ_1 へのホモトピーとして

$$H : I \times I \to \mathbb{R}^2,\ (s,t) \mapsto (ts(s-1), s)$$

および

$$G : I \times I \to \mathbb{R}^2,\ (s,t) \mapsto (ts(s-1), s + t(t-1))$$

を考える. H および G が境界条件を満たすか否かをそれぞれ論じよ.