

$S^1 := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ とし, $*$:= $1 \in S^1$ とおく.

問 1. $\tilde{\gamma}, \tilde{\ell}, \tilde{\delta} : I \rightarrow \mathbb{R}$ をそれぞれ

$$\tilde{\gamma}(s) = s(s-1), \quad \tilde{\ell}(s) = s^2, \quad \tilde{\delta}(s) = \sin \frac{s\pi}{2} \quad (s \in I := [0, 1])$$

として定める. また, $\gamma, \ell, \delta \in \text{Loop}(S^1, *)$ をそれぞれ $\gamma := \pi \circ \tilde{\gamma}$, $\ell := \pi \circ \tilde{\ell}$, $\delta := \pi \circ \tilde{\delta}$ として定める. このとき $[\gamma]_b, [\ell]_b, [\delta]_b \in \pi_1(S^1, *)$ について, 等式 $[\gamma]_b = [\ell]_b$, $[\gamma]_b = [\delta]_b$, $[\ell]_b = [\delta]_b$ が成り立つか否かをそれぞれ判定せよ.