

## 4 電波干渉計への応用

電波干渉計とは複数の電波望遠鏡を使うことで1つの巨大な望遠鏡に相当する高い角度分解能を得る観測手法です。特に遠く離れた別の天文台の電波望遠鏡同士を使う干渉計は超長基線電波干渉法 (Very Long Baseline Interferometer ; VLBI) と呼ばれ、全ての波長帯を通して最高の角度分解能での天体観測が可能となります。電波干渉計の観測量は天球上の電波輝度分布を2次元フーリエ変換した量です。この関係は前章の時系列データとスペクトル推定の問題と似ており、同様の応用が提案されています。本章では1次元ノルム最小化の電波干渉計への応用について紹介します。

図1は電波干渉計の模式図です。距離  $D$  離れた2つの電波望遠鏡を考えます。干渉計に使う電波望遠鏡では、まず電波の波形が電圧の時間変化として記録されます。次に各望遠鏡での波形の相互相関関数が計算されます。遅延時間  $\tau$  の関数である相関関数はフーリエ変換によって周波数  $\nu$  の関数であるクロスパワースペクトルに変換されます。一方で、光波の位相差  $\Delta\phi = 2\pi\nu\tau$  は、天球面上の光源位置  $l$  を使って  $\Delta\phi = 2\pi u\Delta l$  と書けます。ここで  $u$  は空間周波数  $u = D \cos\theta/\lambda$  ( $D$  は基線長さ、 $\theta$  は位置角、すなわち  $D \cos\theta$  が光路差。 $\lambda$  は観測波長) であり、したがって、クロスパワースペクトルは  $u$  の関数とみなすことができます。これらのことから最終的に、天球上の2次元電波輝度分布  $I(x, y)$  は2次元空間周波数  $(u, v)$  の関数である複素ビジビリティ  $\mathcal{V}(u, v)$  とフーリエ変換の関係にあることがわかります：

$$\mathcal{V}(u, v) \propto \int_u \int_v I(x, y) \exp\{-2\pi i(ux + vy)\} dudv \tag{1}$$

比例定数にはゲインなどの情報が含まれます。電波干渉計の原理についてより詳しくはそれぞれの専門書をご覧ください。

実際は離散化されたビジビリティを観測し、有限の画素数をもった画像を推定します。知りたい電波画像  $I(x, y)$  とビジビリティ  $\mathcal{V}(u, v)$  は図2のような関係にあります。特にビジビリティの空間は  $uv$  空間、 $uv$  平面と呼ばれることもあります。画像は2次元ですが、今回の場合は各画素の値  $x_{ij}$  に対して線形の問題なので、画像はベクトルとして、これまで見てきた  $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$  と同じ形式で書くことができます。前章の周期解析の拡張と考えれば、例えば以下の

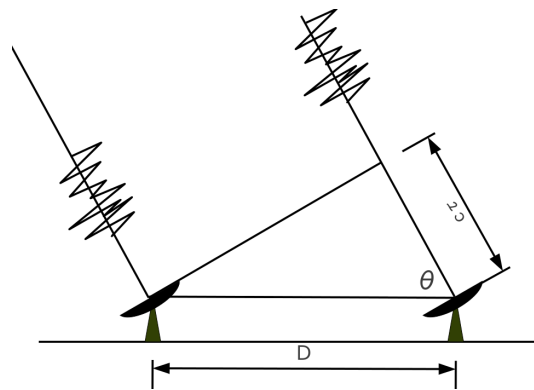


図1: 電波干渉計の原理。波形の相関をとることで光路差を計算し、方向を決める。

式のようになります。

$$\begin{pmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ \vdots \\ y_{1N} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{NN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(u_1 l_1 + v_1 m_1) & \cdots & \cos(u_1 l_M + v_1 m_M) \\ \cos(u_1 l_1 + v_2 m_1) & \cdots & \cos(u_1 l_M + v_2 m_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(u_1 l_1 + v_N m_1) & \cdots & \cos(u_1 l_M + v_N m_M) \\ \cos(u_2 l_1 + v_1 m_1) & \cdots & \cos(u_2 l_M + v_1 m_M) \\ \cos(u_2 l_1 + v_2 m_1) & \cdots & \cos(u_2 l_M + v_2 m_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(u_N l_1 + v_N m_1) & \cdots & \cos(u_N l_M + v_N m_M) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{1M} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{MM} \\ b_{11} \\ b_{12} \\ \vdots \\ b_{1M} \\ b_{21} \\ b_{22} \\ \vdots \\ b_{MM} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただしベクトルの長さは  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x}$  それぞれ  $N^2$ ,  $2M^2$  です。したがって、 $N^2 = 2M^2$  であれば解は一意に決まります。しかし実際の観測では  $\mathbf{y}$  の次元の方が小さくなるのが普通です。2つの電波望遠鏡を1組として、望遠鏡の位置関係と観測天体の位置によって  $uv$  平面上の位置が決まります。この位置関係は地球の自転によって時間と共に変化しますから、長い時間をかけて観測すると  $uv$  平面上で曲線を描くようにデータがとれます。このような観測を多数の組の望遠鏡で行うことにより  $uv$  平面をデータで埋めていくわけです。しかし、特に VLBI のような観測の場合、推定したい画像の要素数に対して、 $uv$  平面を十分には埋められないのが普通です。図3は日本の VLBI 網「VERA」の典型的な観測領域です。 $uv$  平面上で曲線が引かれている部分はビジビリティのデータがとれた部分です。空白の領域、つまりデータが存在しない領域の方が多いことがわかります。これは  $N^2 < 2M^2$  の状況であり、このままでは解が決まらないため、通常は欠測部分にとりあえず0を入れて問題を解く、そうすると画像には偽の信号が現れる。これはすなわち前章で扱った問題と全く同じ構造になります。そこで、電波画像のもっているスパース性に着目すれば、圧縮センシング的な手法によって干渉計画像の画質向上が期待できます。

図4は Honma, et al. 2014 の結果です。[1] この論文のモデルでは電波強度が2次元空間内でスパースだと仮定して、これまでの例と同様、 $\mathbf{x}$  の1次ノルム最小化で計算しています。上と下で異なる電波マップを仮定しており、左が仮定した電波マップ、中央がビームで畳み込

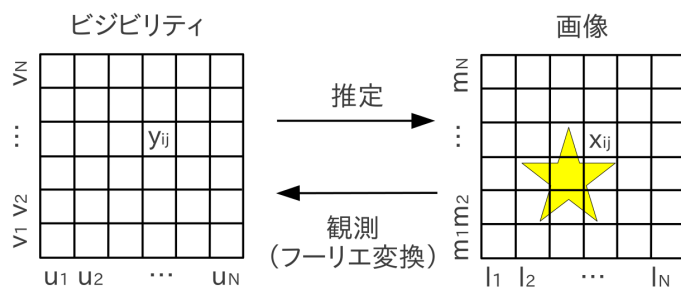


図 2: 電波画像と観測量の関係

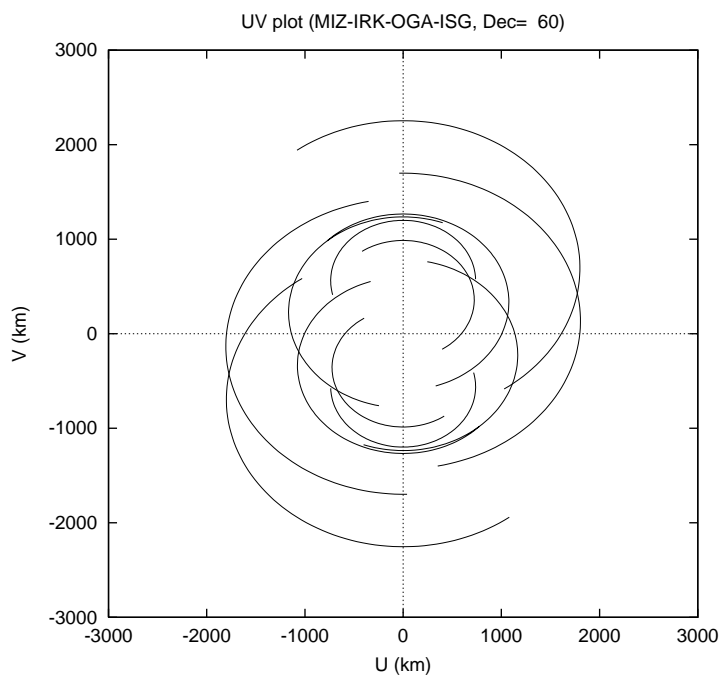


図 3: VERA で観測される UV 平面の領域 (本間氏@ NAOJ 提供)

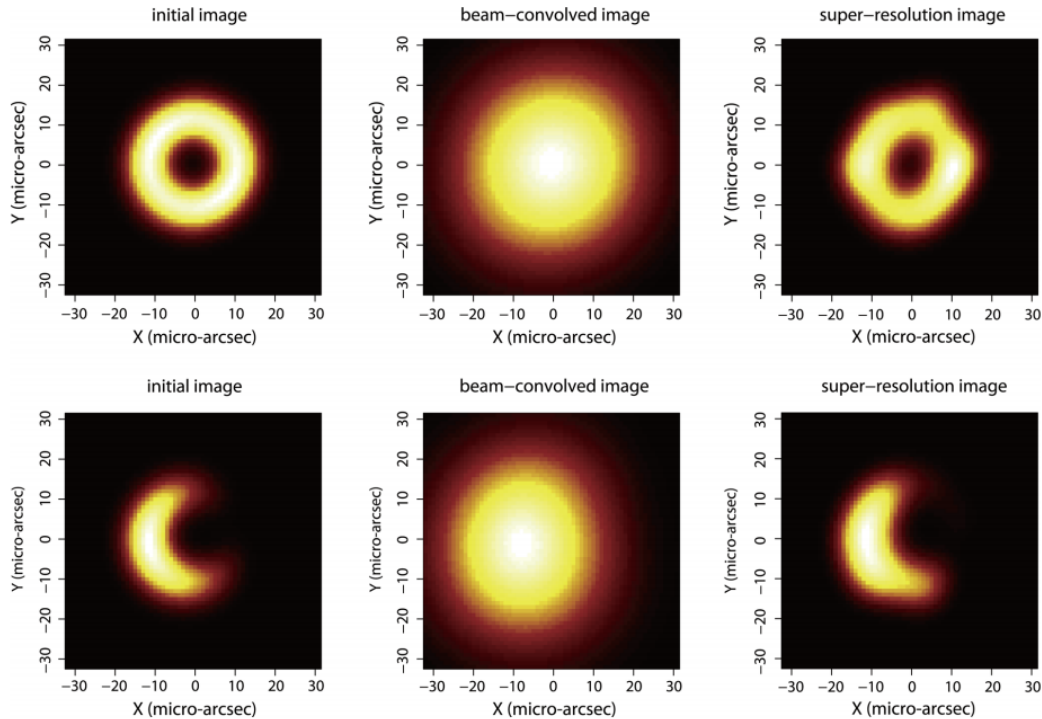


図 4: 1 次ノルム最小化の干渉計画像への応用。が仮定した電波マップ、中央がビームで畳み込んだ電波マップ、右が 1 次ノルム最小化で推定された解。実際の視野はもっと広く、画像は天体付近のみを拡大している。[1]

んだ電波マップ、右が 1 次ノルム最小化で推定された解、です。いずれもブラックホールシャドウを意識した電波マップを仮定しています。従来の手法では真ん中の「穴」がふさがってしまいが、提案手法を使うと明らかな「穴」が再構成されていることがわかります。従来の方法と比べて、画像のもつスパース性を利用することによって観測データからより多くの情報を引き出すことに成功しています。

ここで紹介したモデルは実空間上での輝度分布をスパースにするものですが、広がった電波源の場合はこのモデルでは不十分です。少数の点源なら問題ないですが、活動銀河核やジェットなど、多くの場合で電波源は広がった分布をしています。そのような場合は微分空間でスパースにする Total Variation Minimization (TVM) や、ウェーブレット空間でスパースにするモデル、もしくはそれらの組み合わせモデルが有効でしょう。2次元画像のフーリエ変換が観測量、という意味では医療用の MRI (Magnetic Resonance Imaging; 核磁気共鳴画像法) が同じ問題で、TVM やウェーブレットを使ったモデルが実際に使われています。測定の自由度、つまり取得可能な観測数は MRI の方が電波干渉計よりも大きいという差はありますが、モデルや最適化アルゴリズムの点で天文学者が学ぶべき点は多いでしょう。

前章の時系列データの周期解析、今回の電波干渉計と、フーリエ変換に関する話題が続きました。次回は同じ 2次元画像の再構成でも、フーリエ変換ではなく、実空間上でスパースではないケースについて紹介します。

## 参考文献

- [1] Honma, M., Akiyama, K., Uemura, M., Ikeda, S.: Super-resolution imaging with radio interferometry using sparse modeling, *Publ. Astrn. Soc. Japan*, 66, 95 (2014)