

スパースモデリングの 宇宙物理学への応用

植村誠

広島大学 宇宙科学センター 准教授

@金曜セミナー 2014.04.18

Outline

- (自己紹介を兼ねた) これまでの研究
- 本題：スパースモデリング
 - 変光星の周期解析
 - 電波干渉計の画像再構成
 - 降着円盤の構造再構成
 - 望遠鏡指向精度の誤差要因の変数選択
- まとめ と 今後

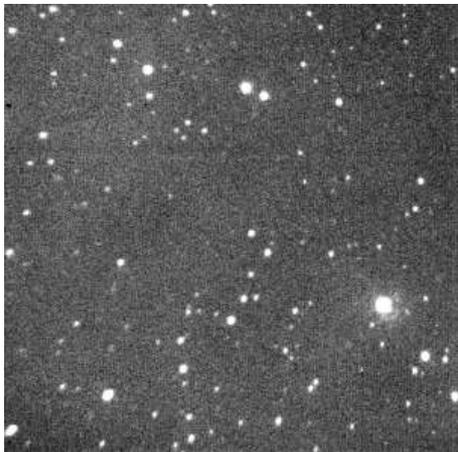
自己紹介



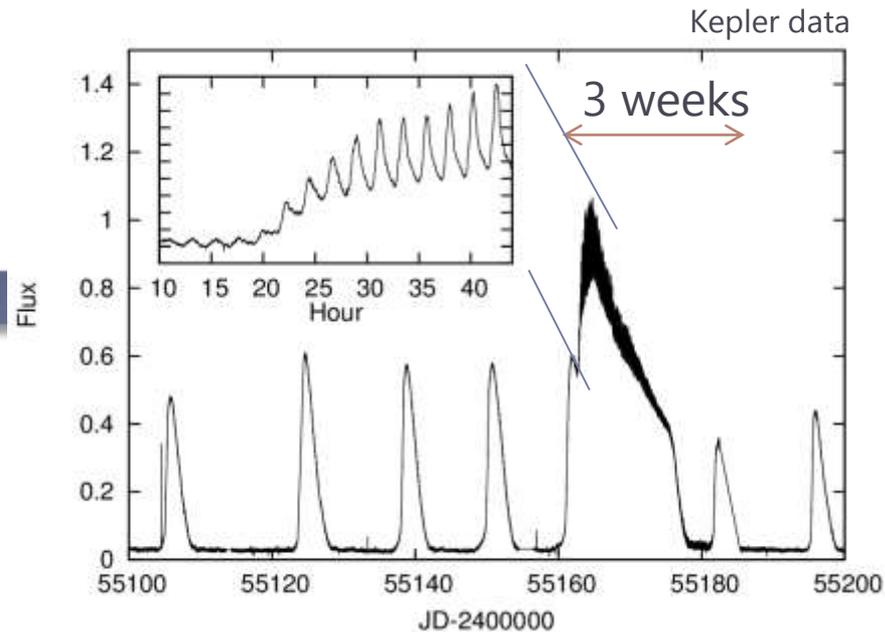
- 居場所
 - 理C 2 1 7 (内線 5 7 6 5)
 - 東広島天文台

これまでの研究

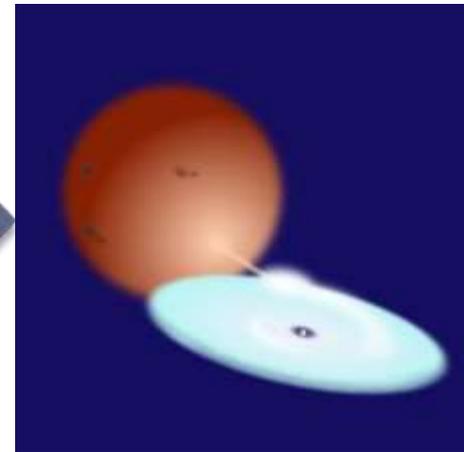
望遠鏡を通して
 CCDで撮像された画像
 星の構造は見えない



矮新星の光度曲線



矮新星の想像図

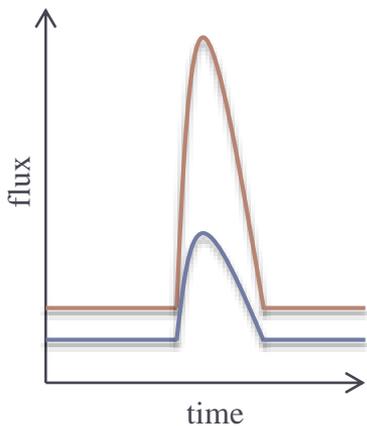


- 変光星・突発天体現象の研究
- インターネットを介した爆発現象の即時通報・即時観測
 → 爆発初期の貴重な情報

研究例：降着円盤の幾何構造

Input

Multiband light curves



Model

Bayesian estimation of the height, $h(i,j)$

$$P(h) \propto L[f_{\nu,obs}(\phi), f_{\nu,model}(\phi)]\pi(h)$$

Posterior

likelihood

prior

* Likelihood function

$$L \propto \prod_{i,j} \exp\left[-\frac{[f_{\nu_i,obs}(\phi_j) - f_{\nu_i,model}(\phi_j)]^2}{2\sigma^2}\right]$$

* Prior distribution

(locally smooth)

$$\pi_{smooth}(h) \propto \prod_{l,m} \left[\exp\left[-\frac{(h_{l,m} - 2h_{l-1,m} + h_{l-2,m})^2}{2w^2}\right] \exp\left[-\frac{(h_{l,m} - 2h_{l,m-1} + h_{l,m-2})^2}{2w^2}\right] \right]$$

(default image to be $h=0.1r$)

$$\pi_{disk} \propto \begin{cases} \prod_{l,m} \exp\left[-\frac{(h_{l,m} - h_{disk,l,m})^2}{2h_{disk,l,m}^2}\right] & (h_{l,m} \geq 0) \\ 0 & (h_{l,m} < 0) \end{cases}$$

* Estimation of “h” is done with MCMC

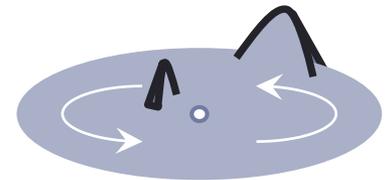
* The temperature distribution is like an standard disk model:

$$T = T_{in} \left(\frac{r}{r_{in}}\right)^{-3/4}$$

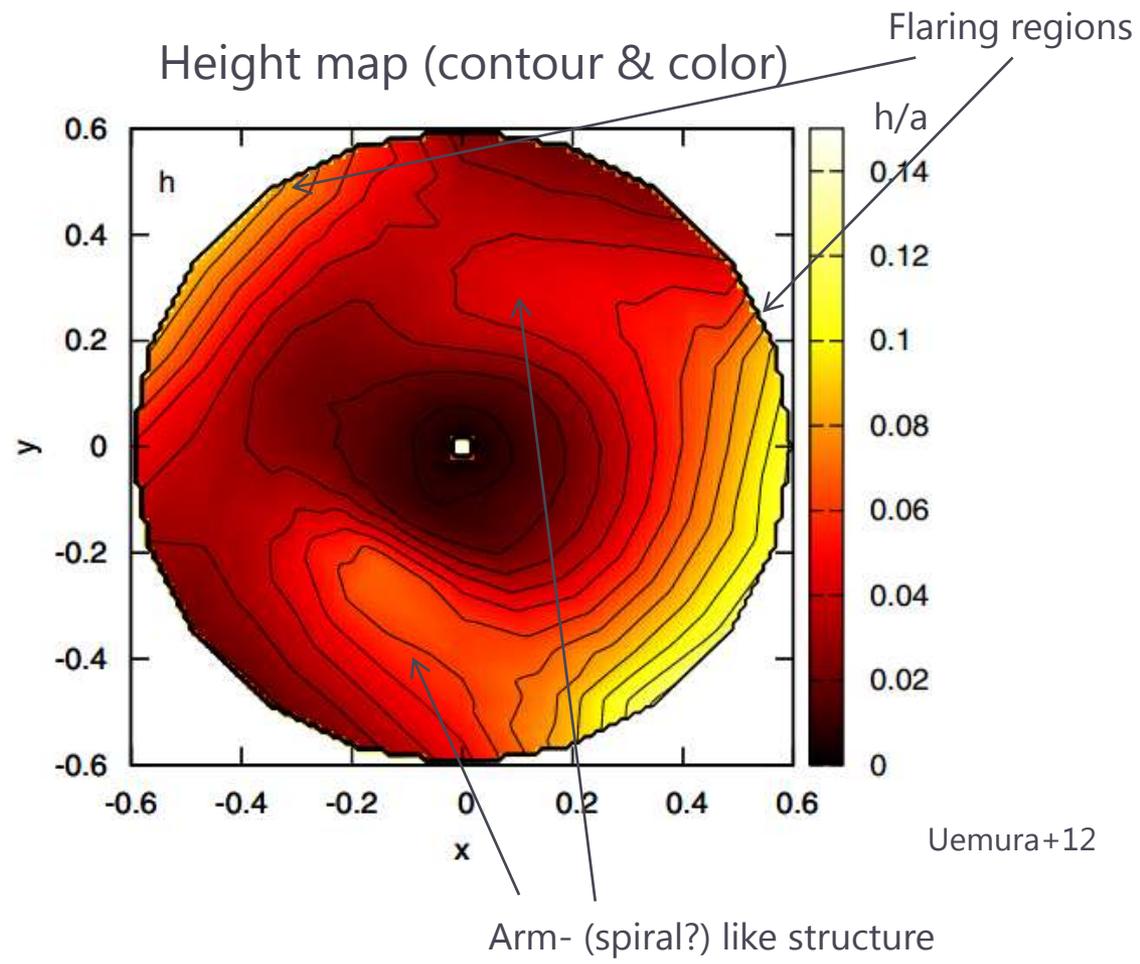
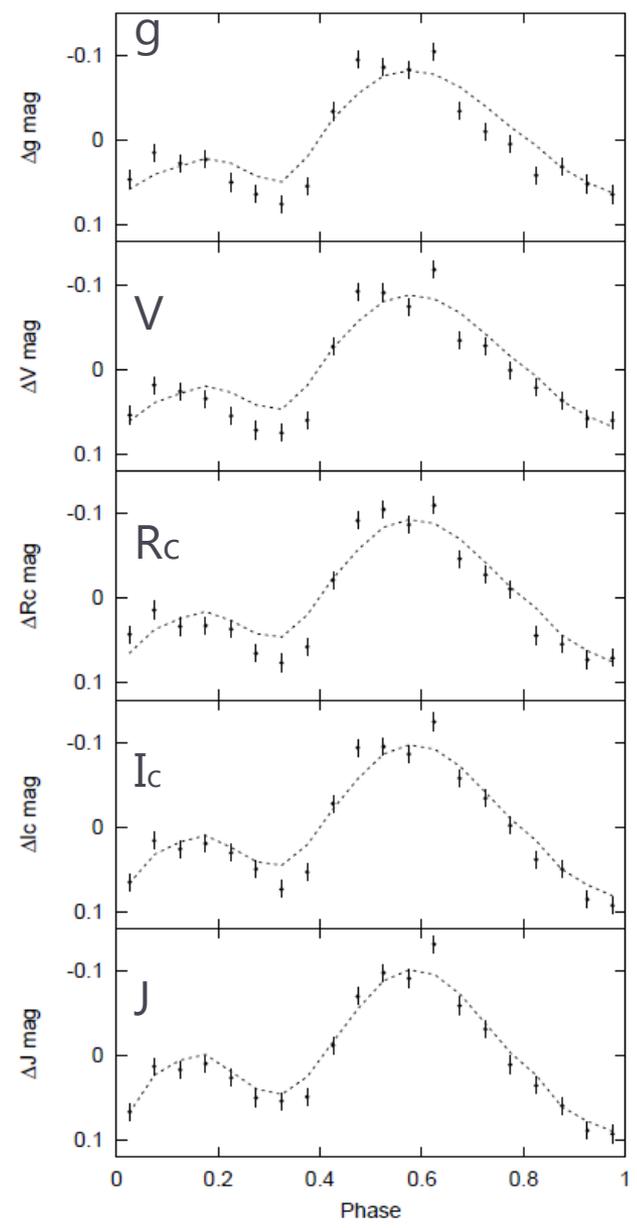
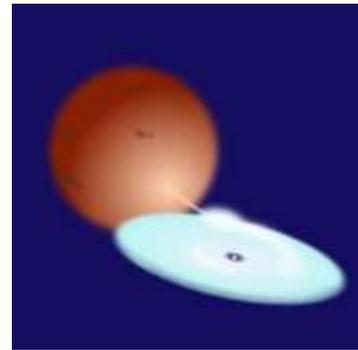
Uemura+12

Output

Height map of disk



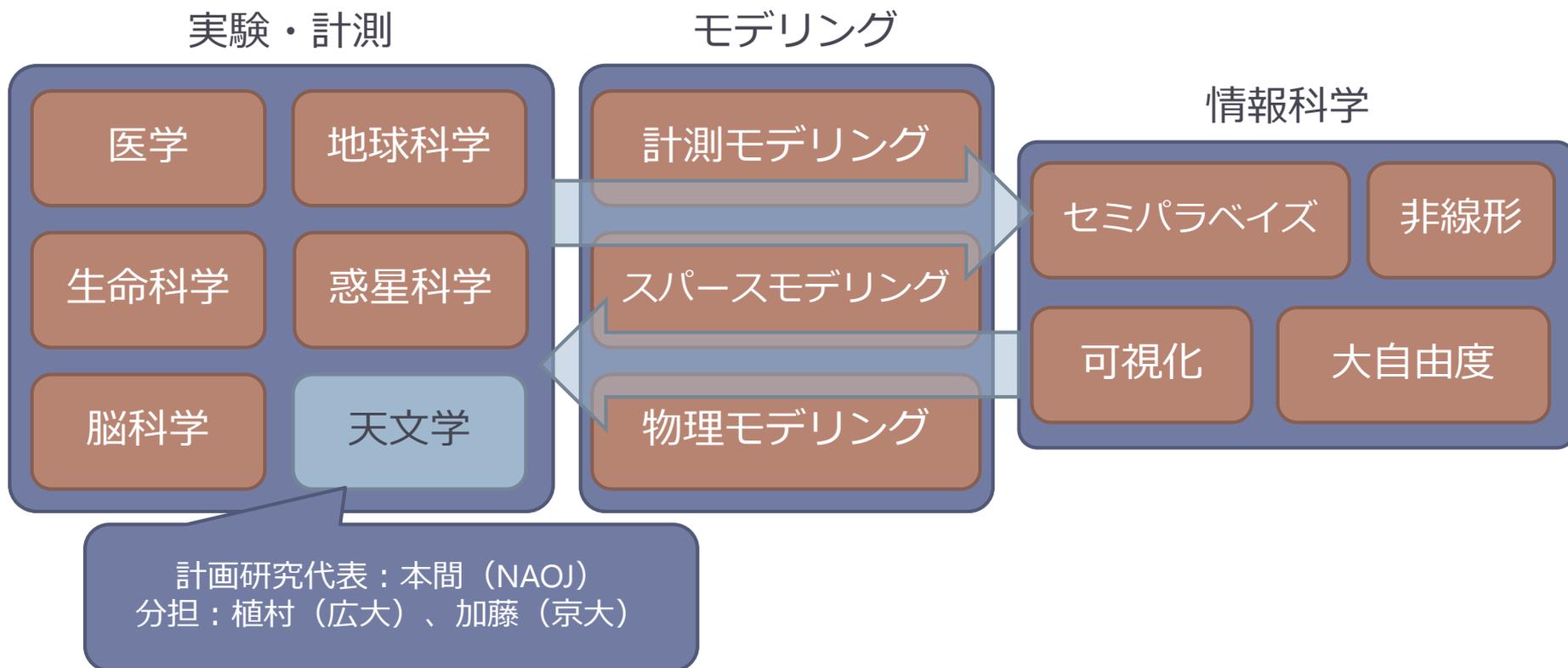
Light curve of early superhumps in V455 And (Matsui+09)



Uemura+12

ベイズ、l1最小化、スパースモデリング

- 科研費 新学術領域
「スパースモデリングの高次元データ駆動科学の創成」
- 領域代表：岡田真人（東京大学・大学院新領域創成科学研究科・教授）
- 平成25～29年度



本題

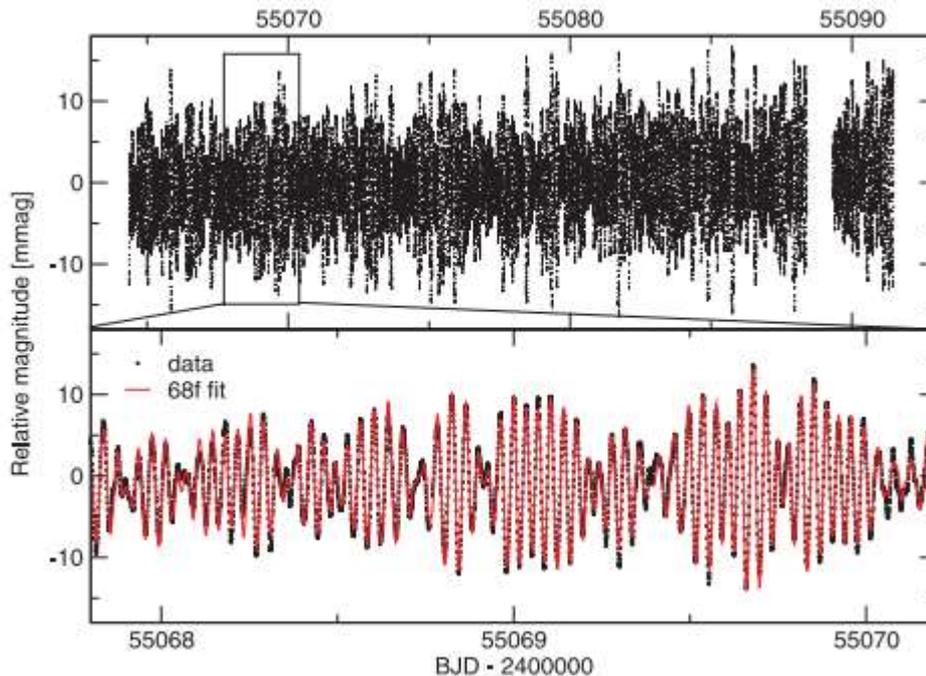
スパースモデリングの 宇宙物理学データへの応用

- 変光星の周期解析
- 電波干渉計の画像再構成
- 降着円盤の構造再構成
- 望遠鏡指向精度の誤差要因の変数選択

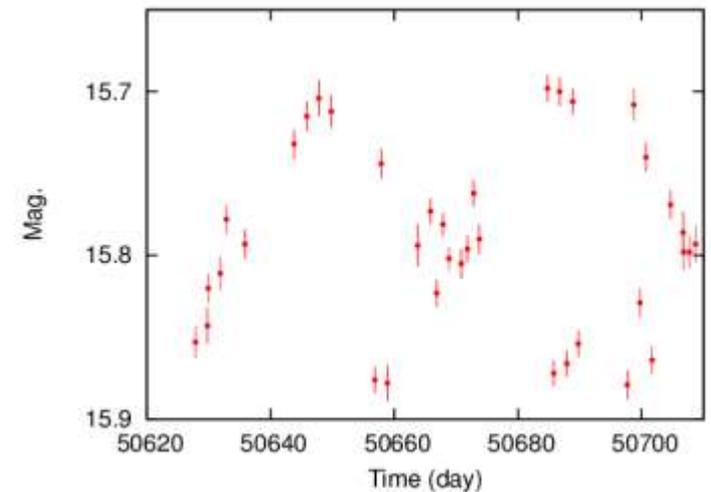
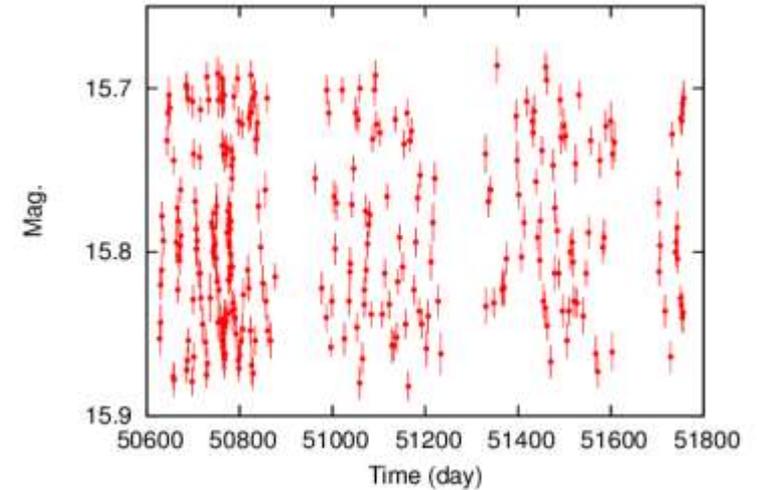
変光星の周期解析

- 変光星 = 時間と共に明るさが変わる恒星
- 周期的に明るさが変わる星も
- 観測データから周期を決めたい
- データは不等間隔 → 複雑な窓関数

人工衛星による観測で得られる光度曲線の例



地上観測で得られる光度曲線の例



フーリエ変換

- 時系列空間：周波数空間 = 1 : 1 のデータ数であるべき
- 観測に欠測がある場合は実質的に「0」を入れて計算している
- サイドローブ、エイリアスの発生

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \cancel{y_a} \\ \cancel{y_b} \\ \cancel{y_c} \\ y_d \\ y_e \\ \cancel{y_f} \\ \cancel{y_g} \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t_1\nu_1) & \cdots & \cos(t_1\nu_{M/2}) & \sin(t_1\nu_1) & \cdots & \sin(t_1\nu_{M/2}) \\ \cos(t_2\nu_1) & \cdots & \cos(t_2\nu_{M/2}) & \sin(t_2\nu_1) & \cdots & \sin(t_2\nu_{M/2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cancel{\cos(t_a\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\cos(t_a\nu_{M/2})} & \cancel{\sin(t_a\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\sin(t_a\nu_{M/2})} \\ \cancel{\cos(t_b\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\cos(t_b\nu_{M/2})} & \cancel{\sin(t_b\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\sin(t_b\nu_{M/2})} \\ \cancel{\cos(t_c\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\cos(t_c\nu_{M/2})} & \cancel{\sin(t_c\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\sin(t_c\nu_{M/2})} \\ \cos(t_d\nu_1) & \cdots & \cos(t_d\nu_{M/2}) & \sin(t_d\nu_1) & \cdots & \sin(t_d\nu_{M/2}) \\ \cos(t_e\nu_1) & \cdots & \cos(t_e\nu_{M/2}) & \sin(t_e\nu_1) & \cdots & \sin(t_e\nu_{M/2}) \\ \cancel{\cos(t_f\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\cos(t_f\nu_{M/2})} & \cancel{\sin(t_f\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\sin(t_f\nu_{M/2})} \\ \cancel{\cos(t_g\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\cos(t_g\nu_{M/2})} & \cancel{\sin(t_g\nu_1)} & \cancel{\cdots} & \cancel{\sin(t_g\nu_{M/2})} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(t_M\nu_1) & \cdots & \cos(t_M\nu_{M/2}) & \sin(t_M\nu_1) & \cdots & \sin(t_M\nu_{M/2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{M/2} \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{M/2} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_d \\ y_e \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t_1\nu_1) & \cdots & \cos(t_1\nu_{M/2}) & \sin(t_1\nu_1) & \cdots & \sin(t_1\nu_{M/2}) \\ \cos(t_2\nu_1) & \cdots & \cos(t_2\nu_{M/2}) & \sin(t_2\nu_1) & \cdots & \sin(t_2\nu_{M/2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(t_a\nu_1) & \cdots & \cos(t_a\nu_{M/2}) & \sin(t_a\nu_1) & \cdots & \sin(t_a\nu_{M/2}) \\ \cos(t_b\nu_1) & \cdots & \cos(t_b\nu_{M/2}) & \sin(t_b\nu_1) & \cdots & \sin(t_b\nu_{M/2}) \\ \cos(t_c\nu_1) & \cdots & \cos(t_c\nu_{M/2}) & \sin(t_c\nu_1) & \cdots & \sin(t_c\nu_{M/2}) \\ \cos(t_d\nu_1) & \cdots & \cos(t_d\nu_{M/2}) & \sin(t_d\nu_1) & \cdots & \sin(t_d\nu_{M/2}) \\ \cos(t_e\nu_1) & \cdots & \cos(t_e\nu_{M/2}) & \sin(t_e\nu_1) & \cdots & \sin(t_e\nu_{M/2}) \\ \cos(t_f\nu_1) & \cdots & \cos(t_f\nu_{M/2}) & \sin(t_f\nu_1) & \cdots & \sin(t_f\nu_{M/2}) \\ \cos(t_g\nu_1) & \cdots & \cos(t_g\nu_{M/2}) & \sin(t_g\nu_1) & \cdots & \sin(t_g\nu_{M/2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(t_M\nu_1) & \cdots & \cos(t_M\nu_{M/2}) & \sin(t_M\nu_1) & \cdots & \sin(t_M\nu_{M/2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{M/2} \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{M/2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

LASSOを使った周期解析

- 周波数空間でスパース
- 複数の周期成分の重ね合わせであることがわかっている場合

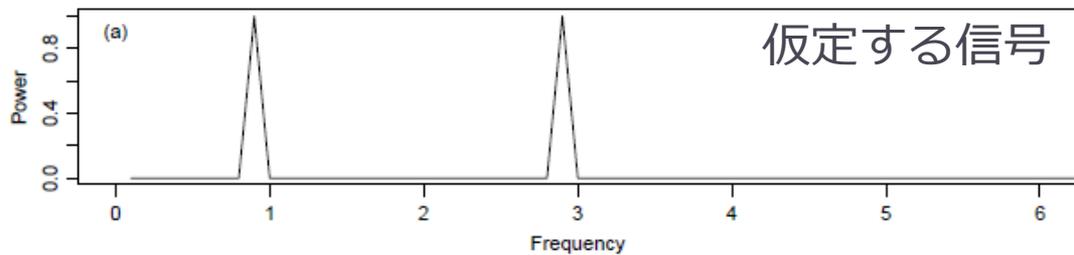
Bourguignon et al. (2007)

Kato & Uemura (2013)

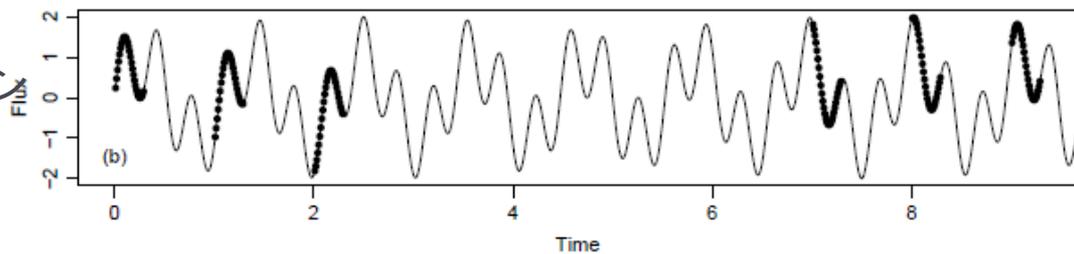
$$\begin{aligned}
 & \mathbf{y} = \mathcal{F}\mathbf{x} \\
 \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(t_1\nu_1) & \cdots & \cos(t_1\nu_N) & \sin(t_1\nu_1) & \cdots & \sin(t_1\nu_N) \\ \cos(t_2\nu_1) & \cdots & \cos(t_2\nu_N) & \sin(t_2\nu_1) & \cdots & \sin(t_2\nu_N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(t_M\nu_1) & \cdots & \cos(t_M\nu_N) & \sin(t_M\nu_1) & \cdots & \sin(t_M\nu_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathcal{F}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1$$

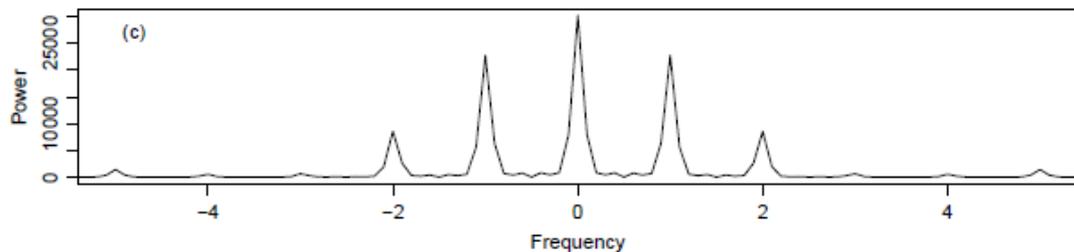
LASSO的周期解析 (実験)



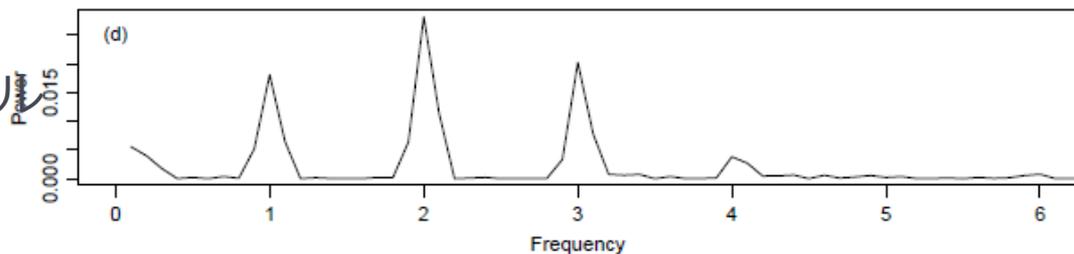
観測のシミュレーション



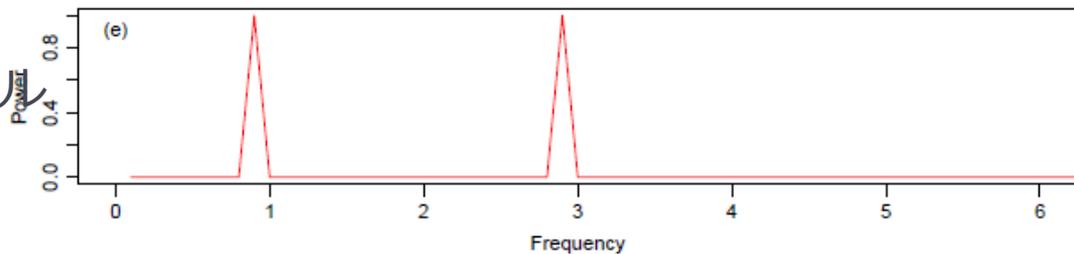
窓関数のパワースペクトル



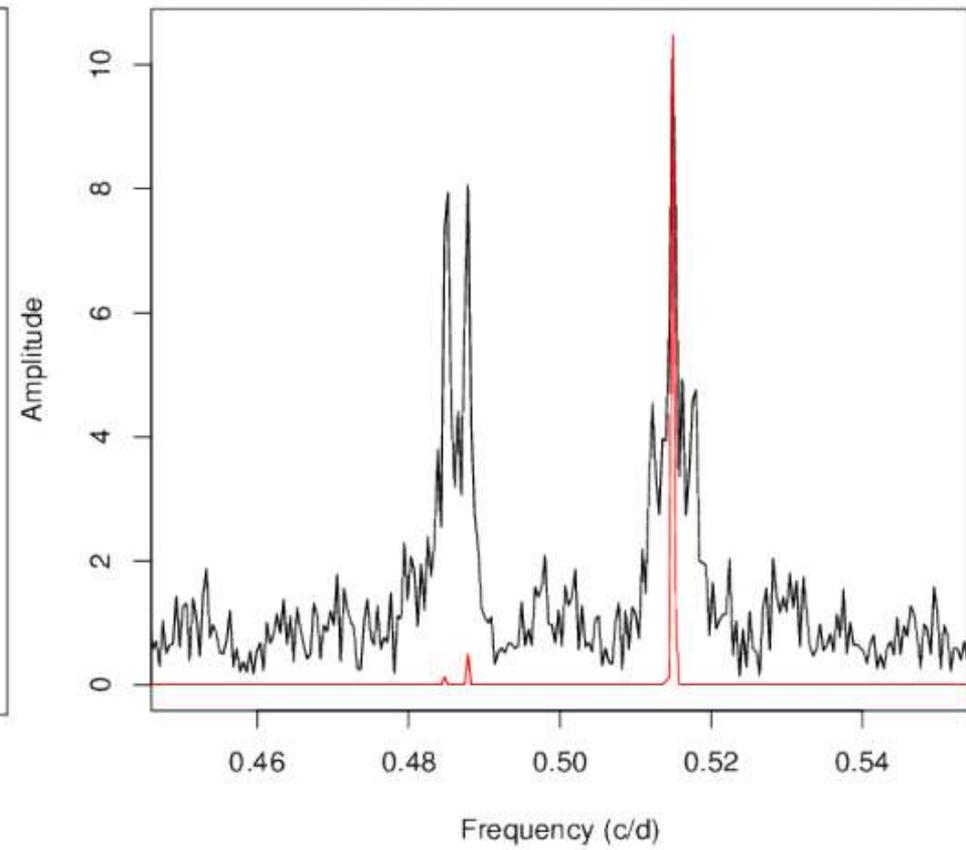
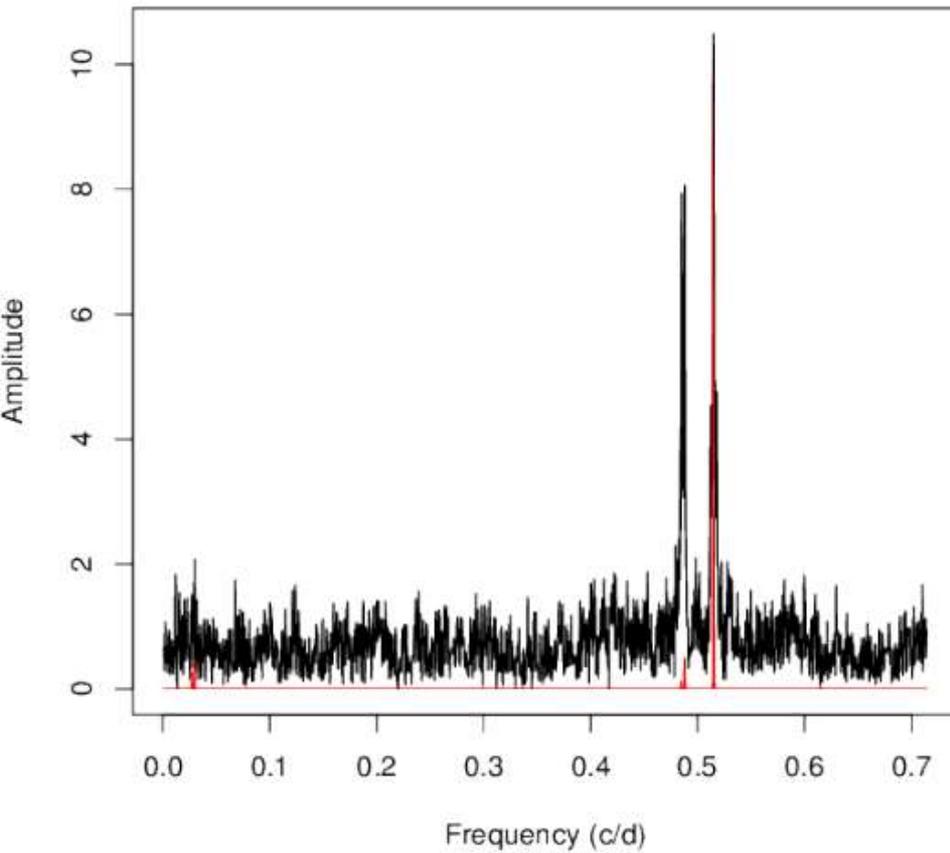
観測から計算したパワースペクトル



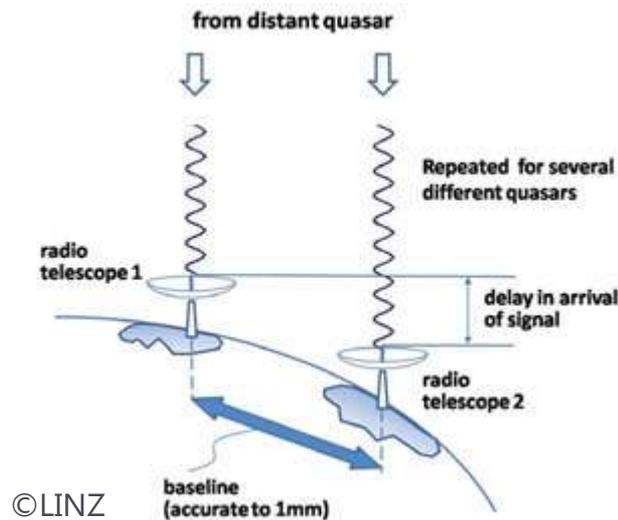
L1最小化で計算したパワースペクトル



实例

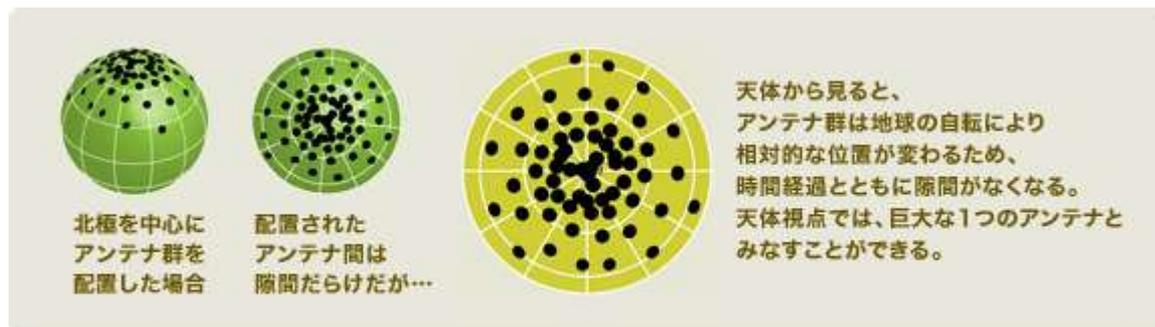


電波干渉計の画像再構成



©LINZ

- 望遠鏡の解像度（角度分解能）
 $\Delta\theta = \text{波長} / \text{望遠鏡口径}$
- 電波干渉計 = 複数の電波望遠鏡で受ける電波を干渉させ、高い角度分解能を得る
- 2次元フーリエ変換



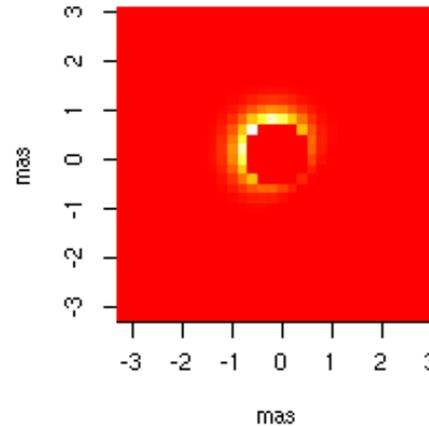
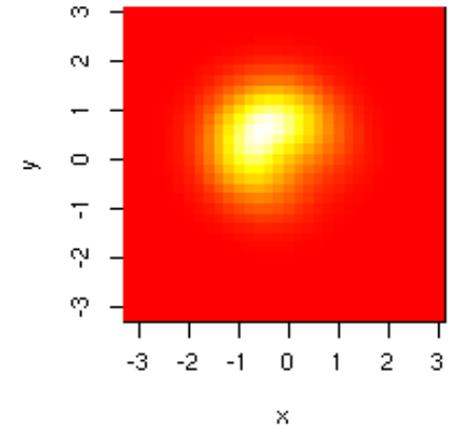
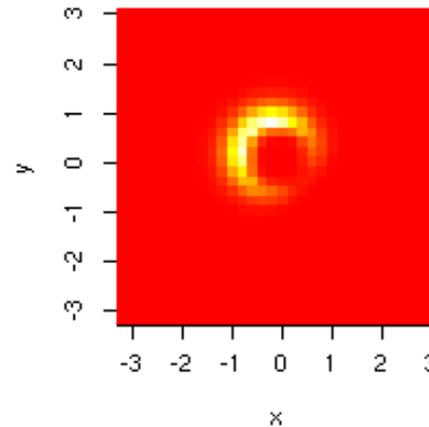
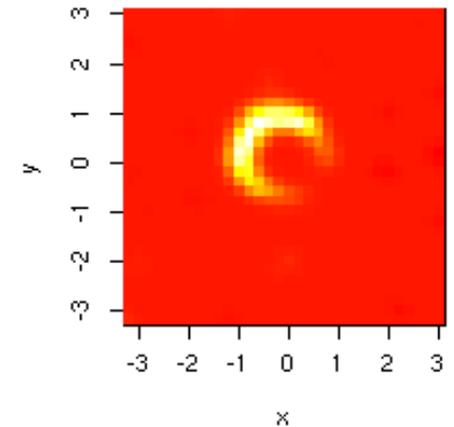
※：実際のアルマ望遠鏡の位置とは異なります。また、これは直観的想像をイメージしたものであり、実際の原理とは少し異なります。

©ALMA

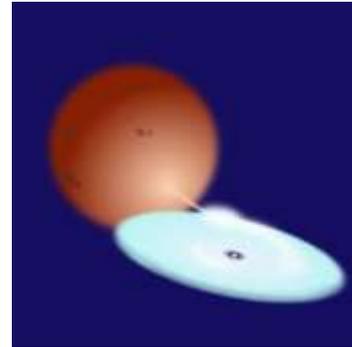
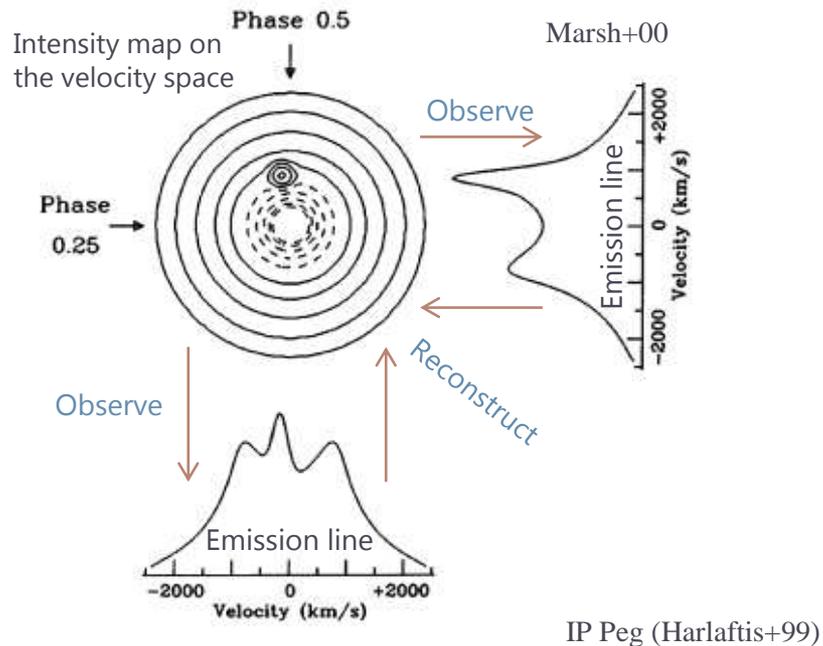
実験

Honma+14

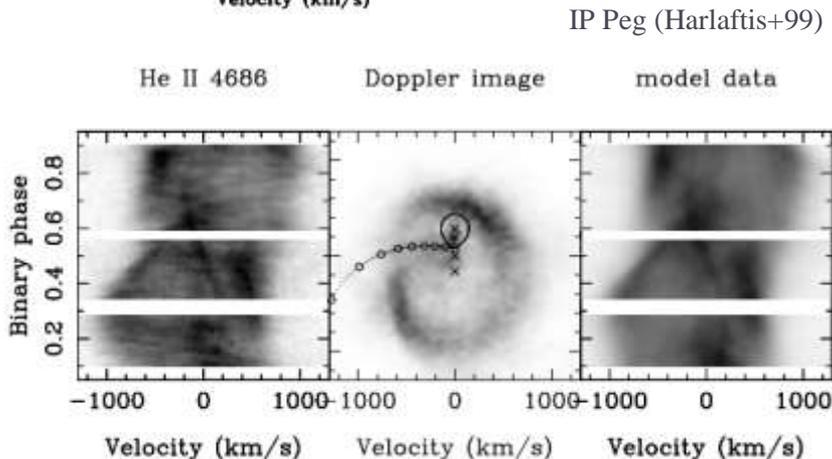
- 2次元平面内で電波源がスパース
- 従来法よりも高い分解能
- 広がった電波源が課題
 - Total Variation Minimization (TVM)やWavelet基底など検討

initial image*beam-convolved initial image**super-resolution initial image**super-resolution reconstructed image*

降着円盤の構造再構成



- Doppler Tomography = 回転する円盤を様々な方向から観測することで再構成する
 - 医療用X線CTと同じ原理
- 従来：最大エントロピー法
- 期待される円盤構造 = 衝撃波など
- Total Variation Minimization (TVM) を使う



ドップラートモグラフィの問題

- 光学的にも幾何的にも薄い円盤放射を仮定すると線形の問題に
 - 自己遮蔽などが効くとダメ
 - 多くはこの仮定でOK

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \left\| \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}}_{\text{Data}} - \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\text{Observation Matrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}}_{\text{image}} \right\|_2^2 + \lambda f(\mathbf{x})$$

- Maximum Entropy Method (MEM)
 - Standard method to date

$$S = - \sum_{i=1}^M p_i \ln \frac{p_i}{q_i}$$

$$q_i = \frac{D_i}{\sum_{j=1}^M D_j}$$

- Best for real Doppler maps?
 - Hot spot and/or shock region may have sharp edges, making entropy low

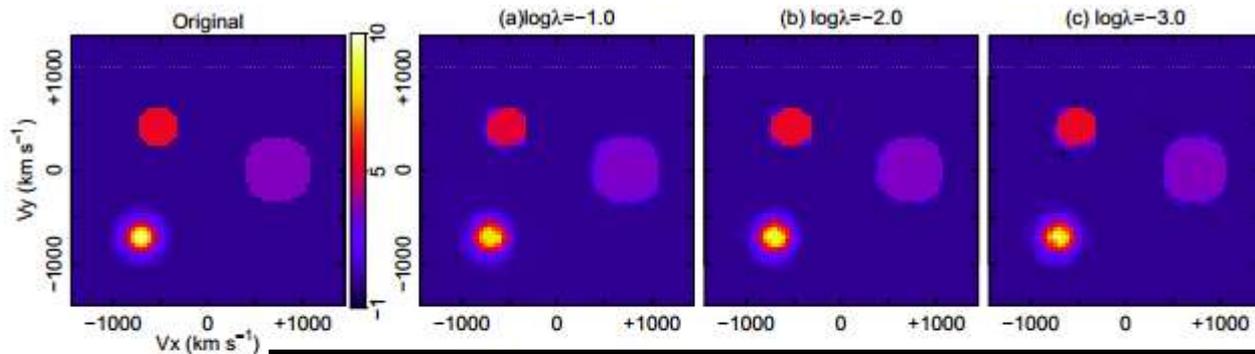
- Total Variation Minimization (TVM)

- Simple prior
- Regularization:

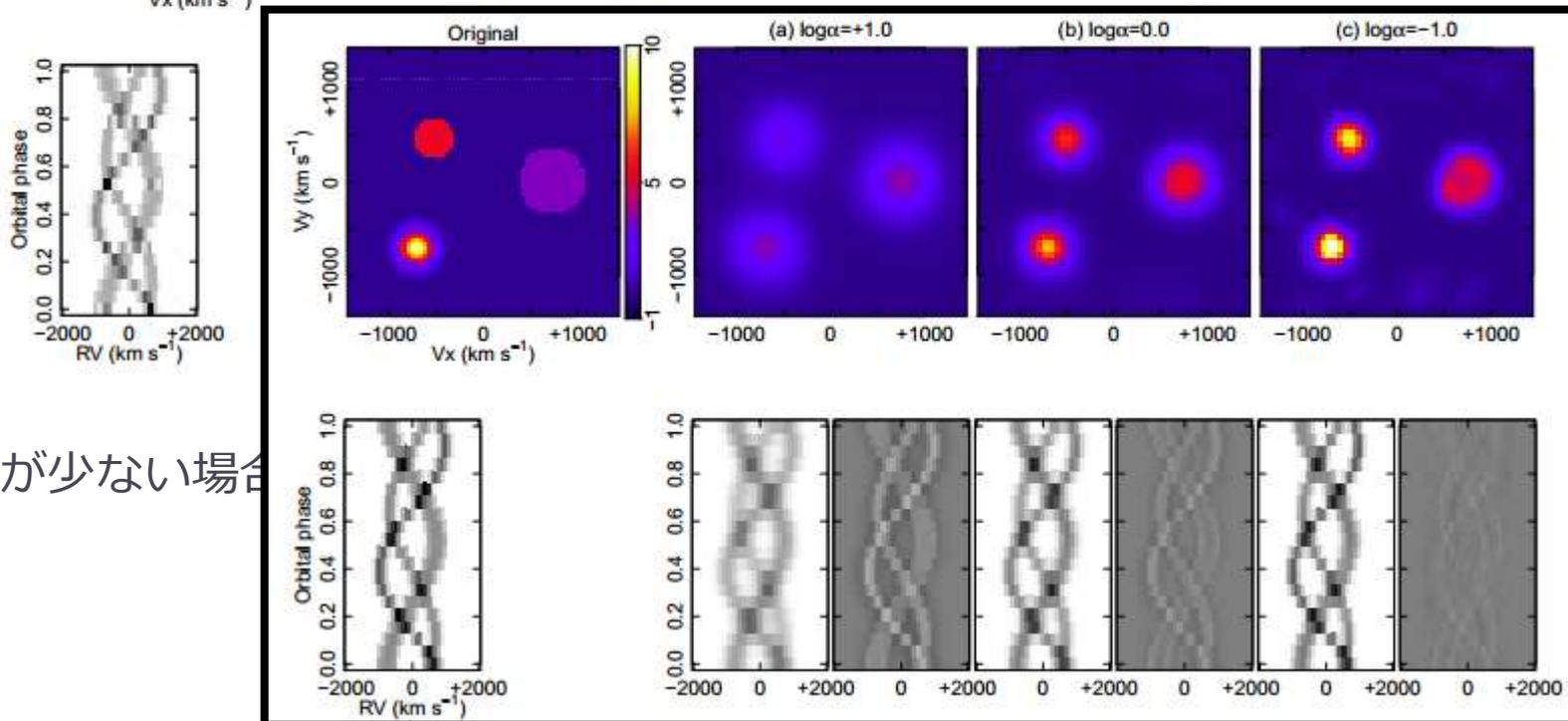
$$TV(\mathbf{x}) = \sum \sqrt{(\Delta^h \mathbf{x})^2 + (\Delta^v \mathbf{x})^2}$$

- Δx : differential operator = $x_{i+1} - x_i$
- Sparse gradient

TVMで解く Doppler tomography



Uemura+14

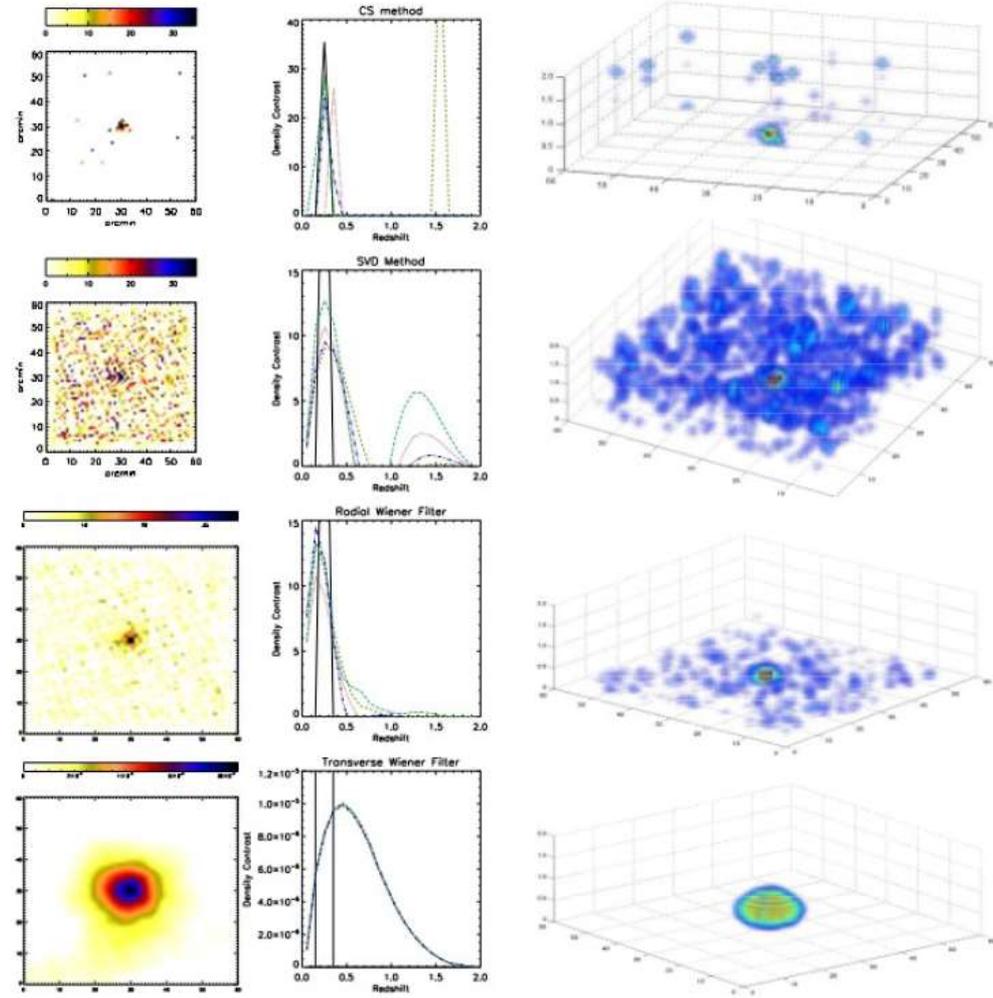


- データが少ない場合

国際的な動向

Leonard+12

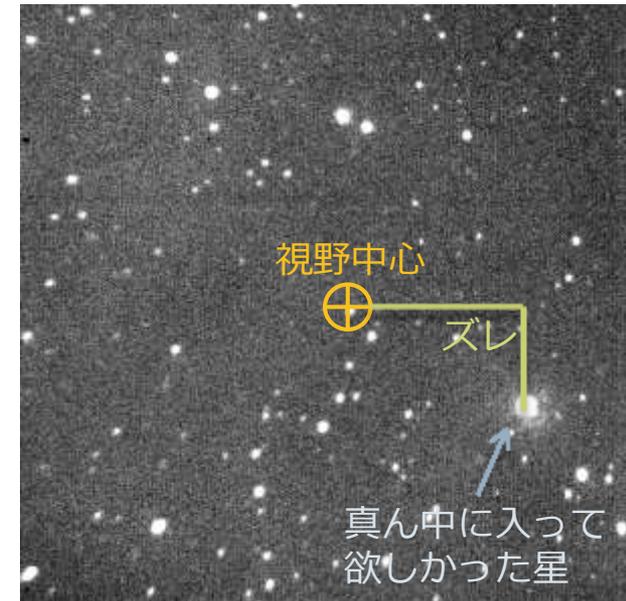
- 画像や空間構造の再構成分野で2008年頃から微増傾向
 - 電波干渉計が最も盛ん
 - 重力レンズを使ったダークマターマッピングなど
- 変数選択の手法としての応用は現在まで皆無



望遠鏡の指向精度解析

手順

1. 座標が既知の恒星に望遠鏡を向ける
2. 望遠鏡の視野中心と星の位置のズレを測定する
3. 様々な方向でズレを測定し、モデル化する



方位 (Azimuth)

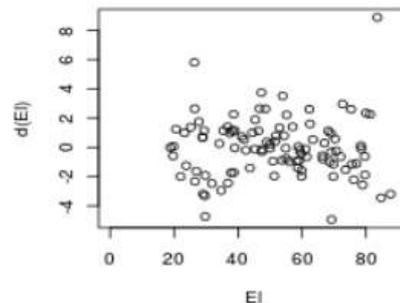
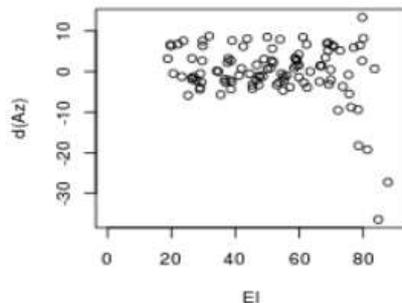
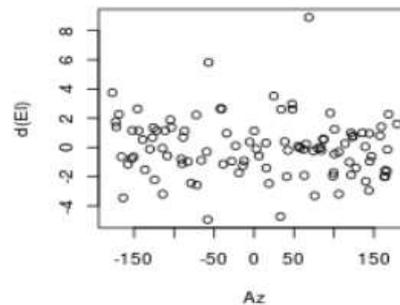
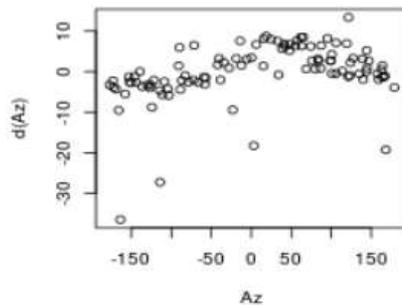
$$\begin{pmatrix} d(Az)_1 \\ d(Az)_2 \\ \vdots \\ d(Az)_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\sec(El_1) & -\sin(Az_1)\tan(El_1) & -\cos(Az_1)\tan(El_1) & -\tan(El_1) & \cos(Az_1) & -\sin(Az_1) \\ 1 & -\sec(El_2) & -\sin(Az_2)\tan(El_2) & -\cos(Az_2)\tan(El_2) & -\tan(El_2) & \cos(Az_2) & -\sin(Az_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\sec(El_n) & -\sin(Az_n)\tan(El_n) & -\cos(Az_n)\tan(El_n) & -\tan(El_n) & \cos(Az_n) & -\sin(Az_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} IA \\ CA \\ AN \\ AW \\ NPAE \\ ACEC \\ ACES \end{pmatrix}$$

高度 (Elevation)

$$\begin{pmatrix} d(El)_1 \\ d(El)_2 \\ \vdots \\ d(El)_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\cos(Az_1) & +\sin(Az_1) & -\cos(El_1) & -\cot(El_1) & +\sin(El_1) \\ 1 & -\cos(Az_2) & +\sin(Az_2) & -\cos(El_2) & -\cot(El_2) & +\sin(El_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\cos(Az_n) & +\sin(Az_n) & -\cos(El_n) & -\cot(El_n) & +\sin(El_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} IE \\ AN \\ AW \\ TF \\ TX \\ ECES \end{pmatrix}$$

望遠鏡の指向精度解析

- 普通の線形回帰では、値が小さいパラメータが「ある」のか「ない」のか不明
(誤差が大きいのは十分なデータがないだけかもしれない)
- 過適合 (over-fitting) の心配がある。
- L1最小化で変数選択



	線形回帰	Lasso 1	Lasso 2
IA	186.17	184.03	184.03
IE	45.01	48.24	51.01
CA	72.21	70.61	70.61
AN	-7.49	-7.22	-7.22
AW	-7.99	-6.79	-6.79
NPAE	-1.00	0	0
TF	-20.87	-16.97	-16.01
TX	3.57	2.73	0
ACEC	0.98	0	0
ACES	-3.04	0	0
ECES	1.85	0	0
csc(EI)	-	-	-3.17
cos(2Az)	-	-	4.19

まとめ と 今後

- スペクトルや画像・天体構造の再構成に、対象の疎性に着目した手法の応用を進めている
 - L1最小化
 - Total variation minimization
- データから客観的な変数選択も
 - 全く新しいアプローチ、サイエンスが可能？
- 拠点への期待
 - 私の現状 = 機械学習・情報理論で既に確立した手法を宇宙物理に試している
 - 様々なモデル・手法を勉強したい