

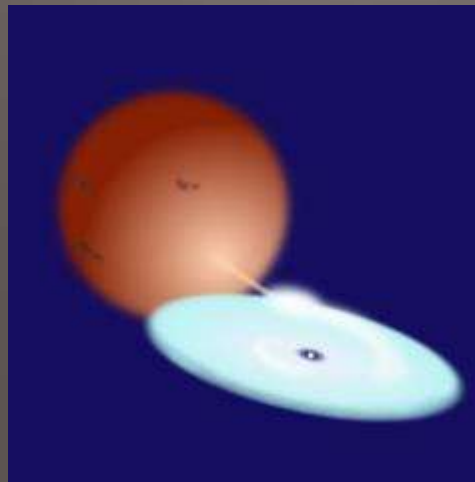
植村誠 (広島大学 宇宙科学センター)

@「天文学と統計的手法」統数研 2015.05.29

# トモグラフィー的な解析で探る 矮新星降着円盤の構造

# Outline

- はじめに
- Disk height mapping
  - M. Uemura, T. Kato, T. Ohshima, and H. Maehara, "Reconstruction of the Structure of Accretion Disks in Dwarf Novae from the Multi-Band Light Curves of Early Superhumps," PASJ, vol. 64, p. 92, 2012
- ドップラートモグラフィー
  - M. Uemura, T. Kato, D. Nogami, and R. Mennickent, "Doppler tomography by total variation minimization," PASJ, vol. 67, p. 22, 2015



# 「降着円盤」とは

ブラックホール周辺の想像図

- 降着円盤

- 重力源のまわりにガスが降り積もる際にできる構造
- 重力エネルギーを解放することで明るく輝く



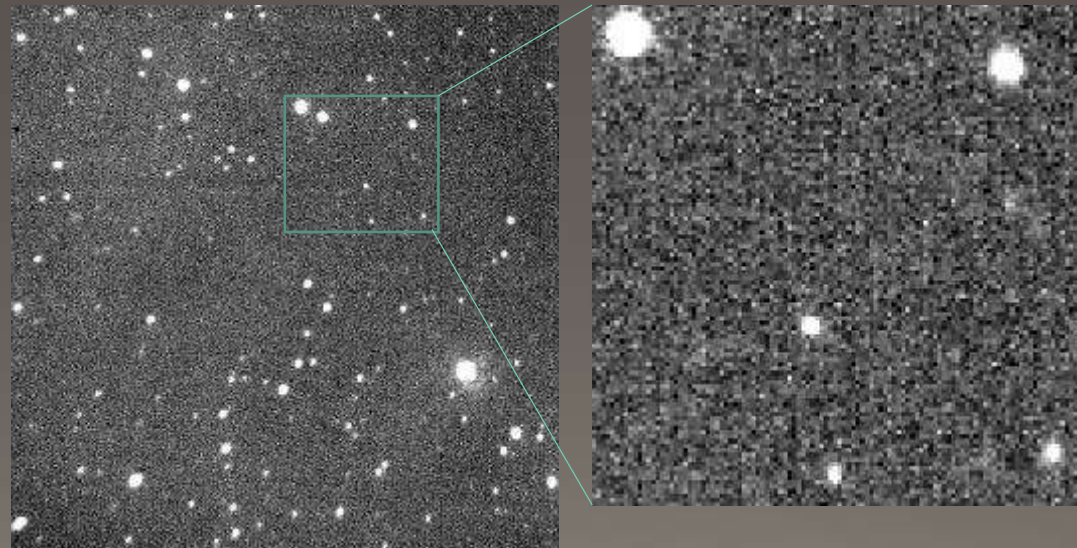
- 矮新星

- 白色矮星の周りに降着円盤
- 降着円盤に起因する激しい変動

観測

- 変動機構を知りたい

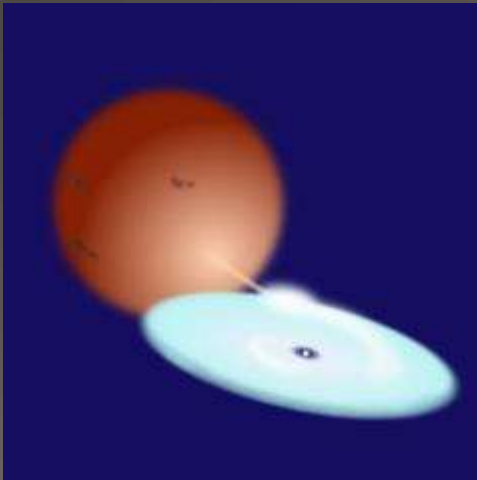
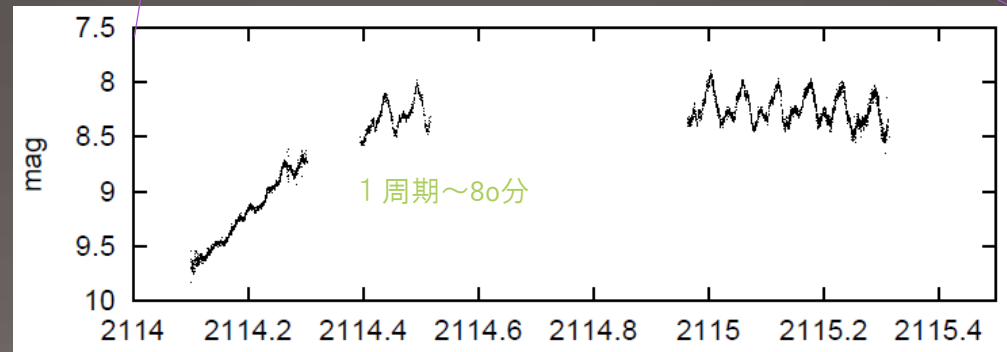
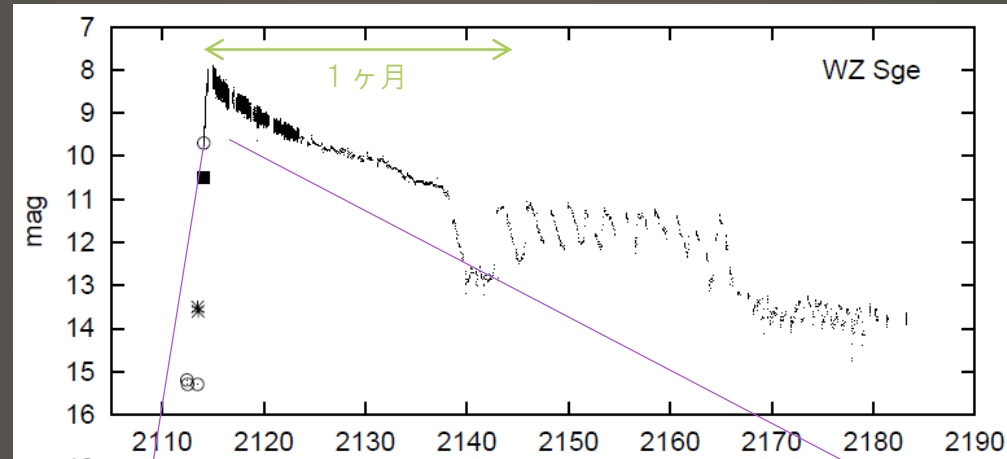
- 降着円盤の構造を知りたい
- 遠すぎて直接はわからない
- トモグラフィー的アプローチ



# 矮新星の時間変動

- 数ヶ月～数10年に一度、アウトバースト
- 1回のアウトバーストは数日～数ヶ月継続
- アウトバースト中に連星周期（数時間）に近い振動現象も。

矮新星の光度曲線 (Ishioka, et al. 2002)

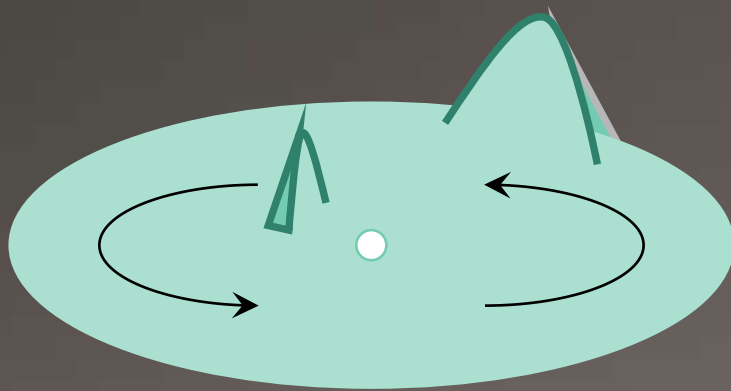


# Disk height mapping

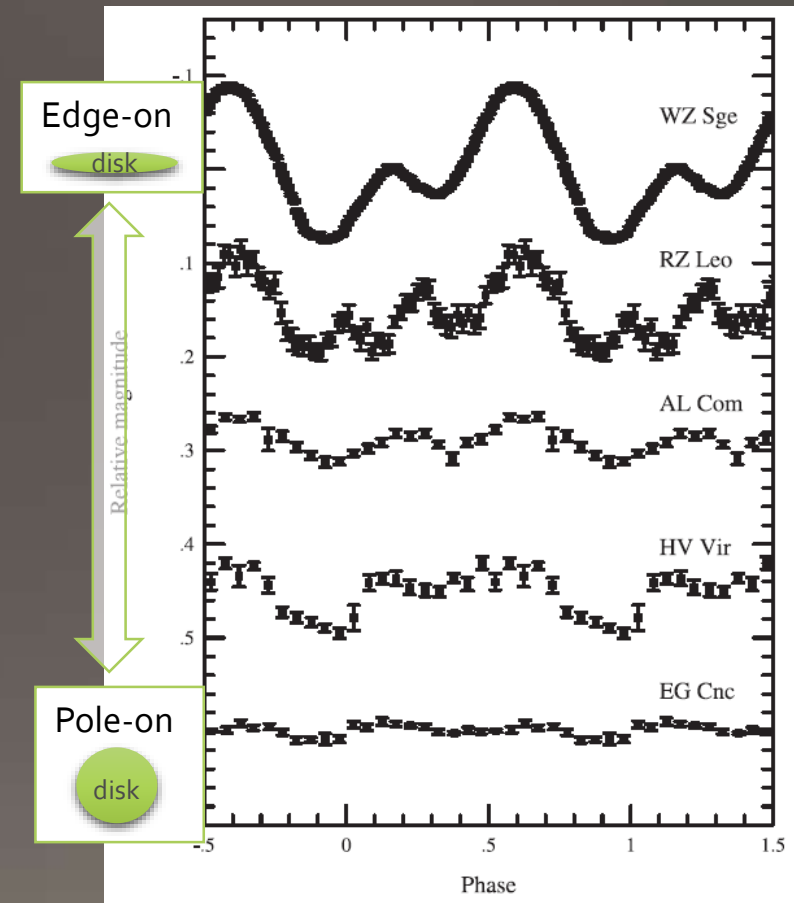
(Uemura+12, PASJ, 64, 92)

# 早期スーパーハンプ

- 10年に一度しかアウトバーストしない天体のごく初期にのみ現れる短周期振動。
- レアなイベントなのでその機構はよくわかっていなかった。
- 最近の研究で、円盤の幾何構造を反映した回転による変光であることが明らかに。



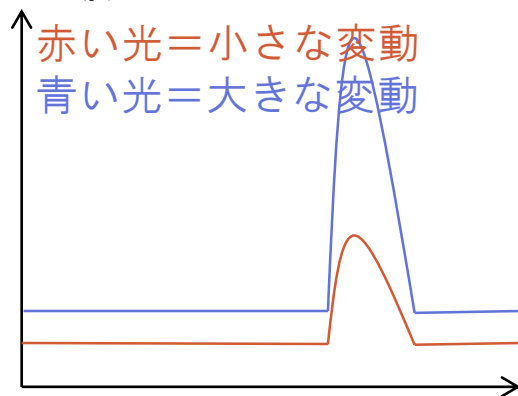
様々な早期スーパーハンプ (Kato, et al. 2002).  
円盤を横から見る系では大きな振幅



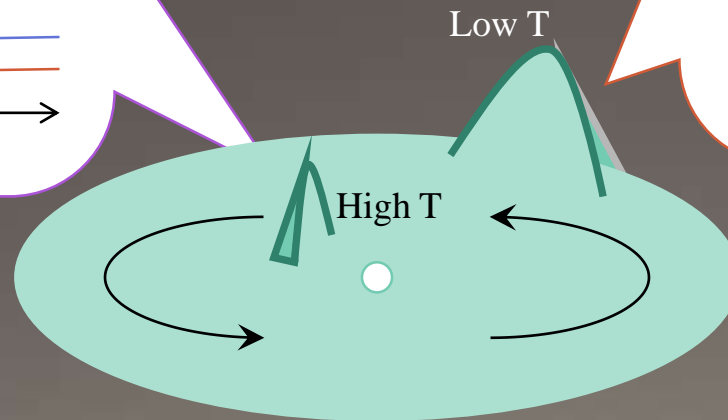
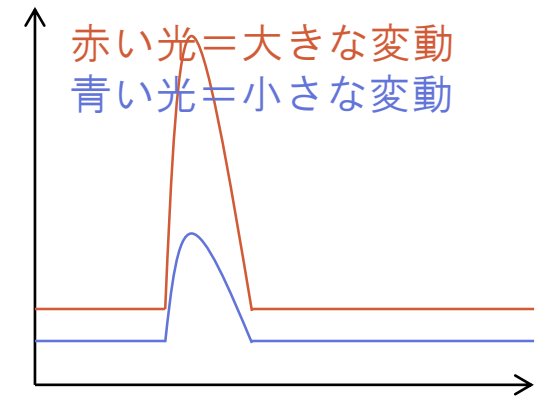
# 早期スーパーハンプを使った 円盤幾何構造の再構成

- 降着円盤は内側ほど温度が高く（青く）、外側ほど温度が低い（赤い）
- データ：いくつかの波長での明るさの時系列データ
  - 時間方向の情報 → 円盤の方位角方向の情報
  - 波長の情報 → 円盤の動径方向の情報

もし内側の高温部分が  
膨らんでいたら...



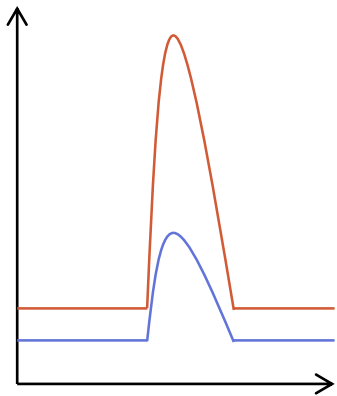
もし外側の低温部分が  
膨らんでいたら...



# モデル

## 入力

多波長の光度曲線



## モデル

円盤高さ,  $h(i,j)$  を推定するベイズモデル

$$P(h) \propto L[f_{\nu,obs}(\phi), f_{\nu,model}(\phi)]\pi(h)$$

事後分布

尤度関数

事前分布

\* 尤度関数：正規分布

$$L \propto \prod_{i,j} \exp\left[-\frac{[f_{\nu_i,obs}(\phi_j) - f_{\nu_i,model}(\phi_j)]^2}{2\sigma^2}\right]$$

\* 事前分布

(2次微分の2次ノルム=滑らかな構造)

$$\pi_{smooth}(h) \propto \prod_{l,m} \left[ \exp\left[-\frac{(h_{l,m} - 2h_{l-1,m} + h_{l-2,m})^2}{2w^2}\right] \exp\left[-\frac{(h_{l,m} - 2h_{l,m-1} + h_{l,m-2})^2}{2w^2}\right] \right]$$

$$\pi_{disk} \propto \begin{cases} \prod_{l,m} \exp\left[-\frac{(h_{l,m} - h_{disk,l,m})^2}{2h_{disk,l,m}^2}\right] & (h_{l,m} \geq 0) \\ 0 & (h_{l,m} < 0) \end{cases}$$

\*  $h$  を MCMC で推定

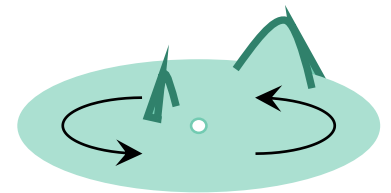
観測点100点から320点を推定

\* 標準円盤モデルの温度分布を仮定:

$$T = T_{in} \left(\frac{r}{r_{in}}\right)^{-3/4}$$

## 出力

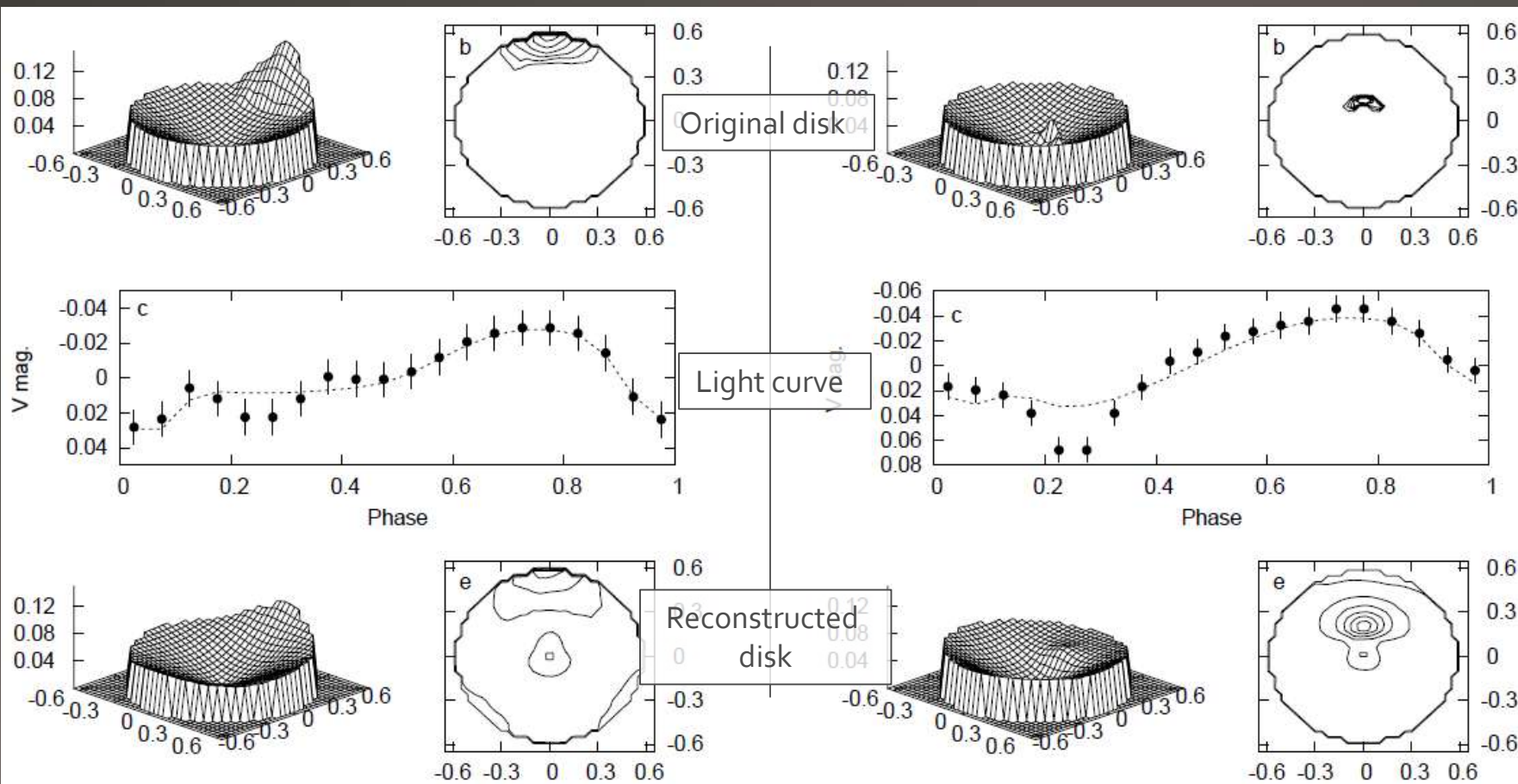
円盤の高度マップ



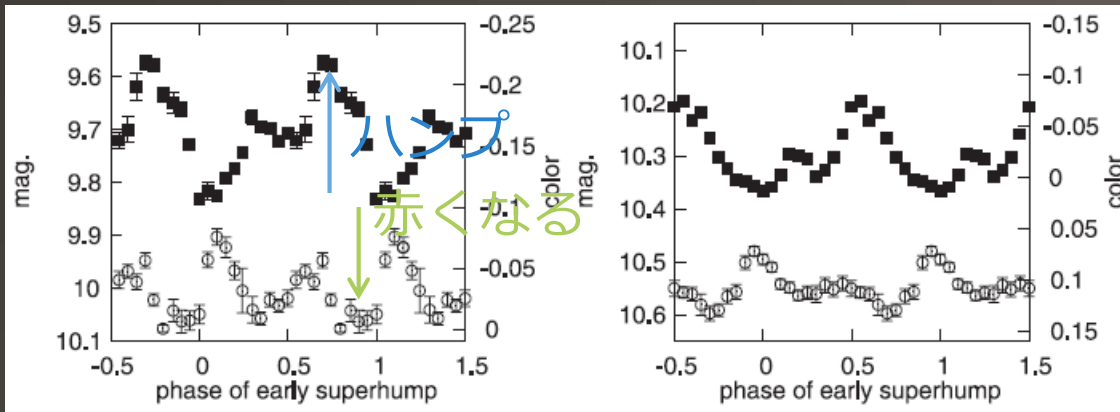


# 人工データによる実験

- 結果：期待通りの性能
  - 外側の構造は外側に、内側の構造は内側に、再構成成功
  - 事前分布のため、切り立った構造はなまる



# データ



- 矮新星 V455 And
- アウトバースト5日目のデータ
- 観測装置
  - 1.5m かなた望遠鏡 (V, J, Ks)
  - 50cm MITSuME (g, Rc, Ic)



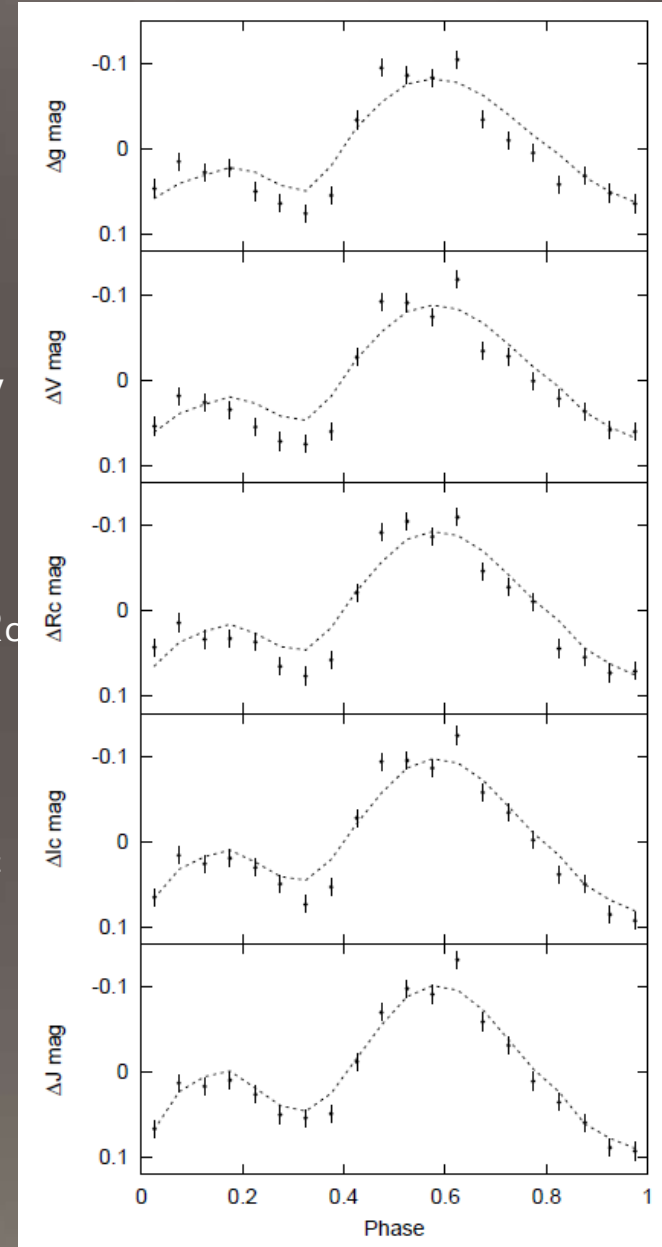
g

V

Rc

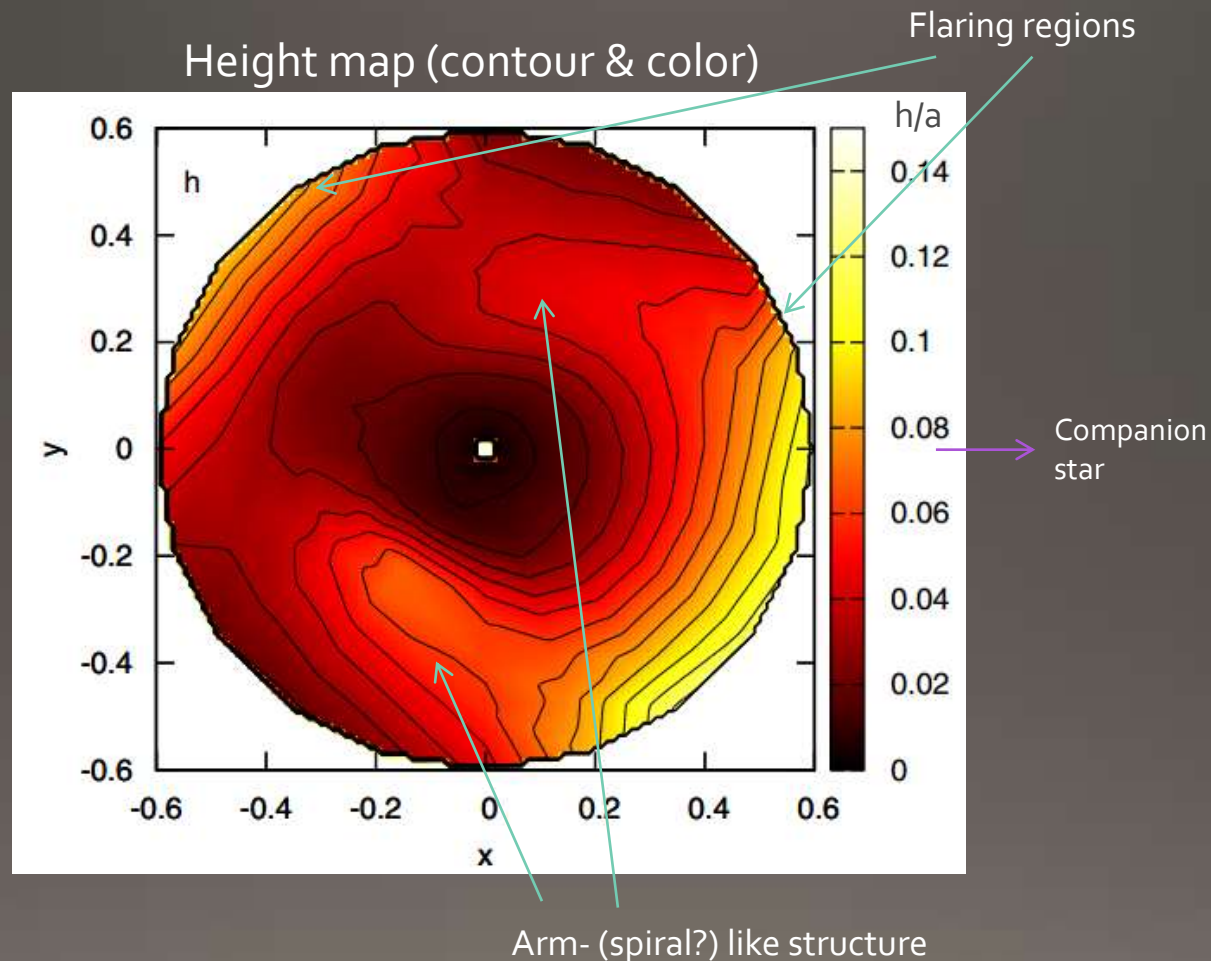
Ic

J



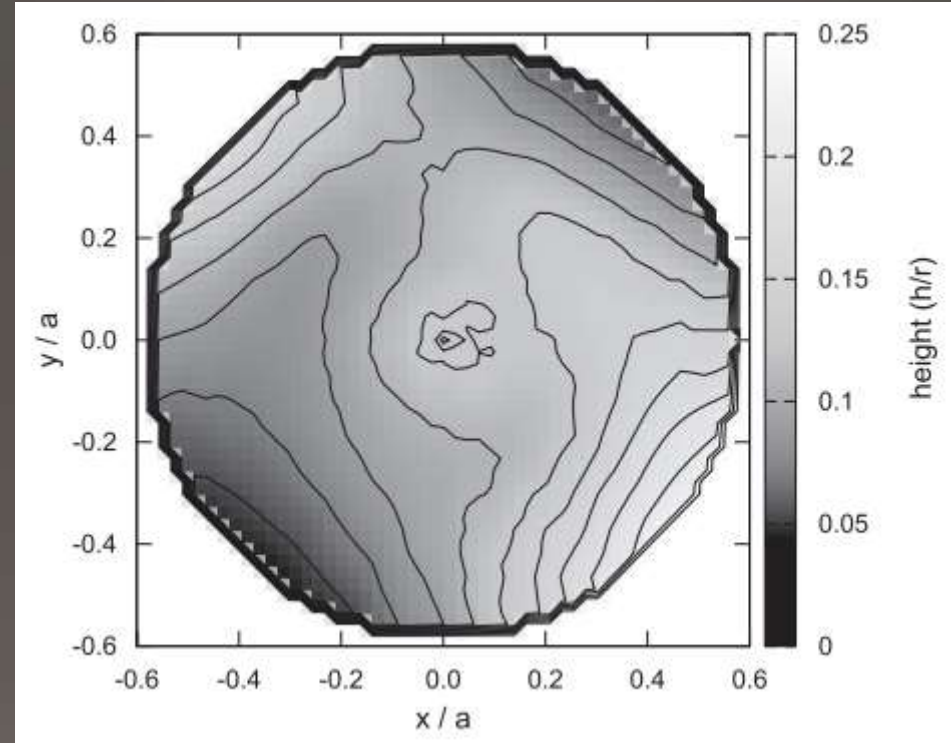
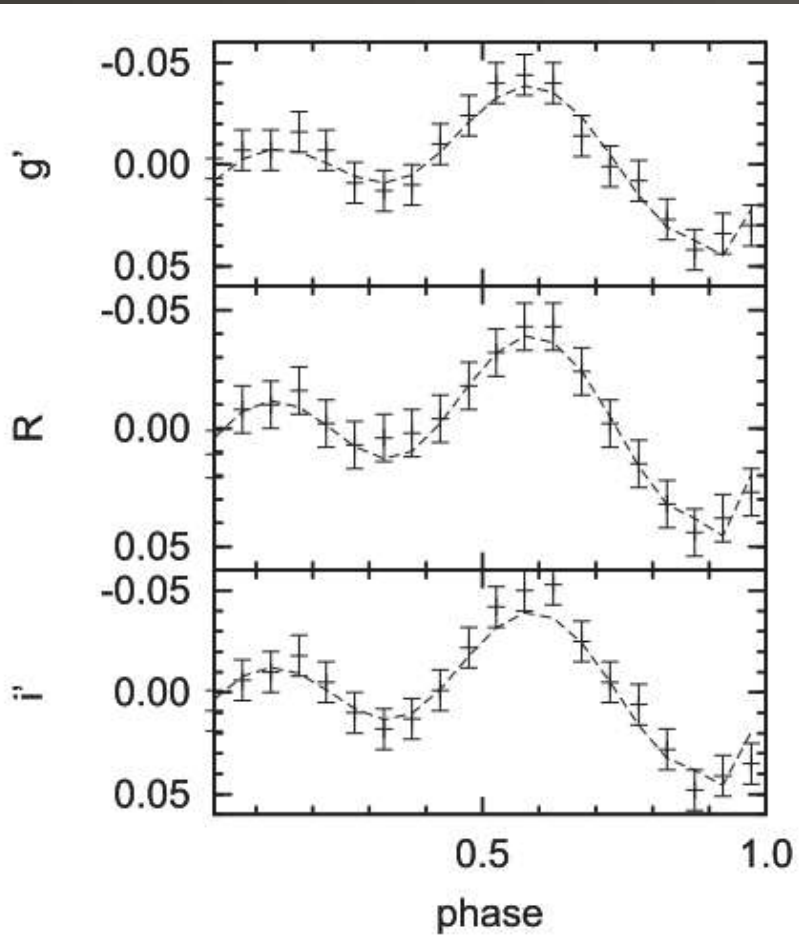
# V455 Andのデータによる再構成結果

- 最外縁の膨らんだ2箇所  
の部分がハンプの2つの  
ピークに対応
- 内側にもArm-like? な構造
- シミュレーションの結果  
と比較が可能に。
  - SPH
  - hydro-dynamic



他の天体での例:

OT J012059.6+325545 (Nakagawa+13)



V455 And に似てるが、内側の構造 (左下部分) が無い。

# 円盤の高さマッピング

- 早期スーパーハンプの多バンド光度曲線から降着円盤の高さ構造を推定する
- 円盤最外縁に2つのフレア領域
- 最も高い領域で  $0.2 r (= 0.1 a)$ 
  - 標準円盤モデルの予言では  $0.01 r$
  - 潮汐などが重要か。

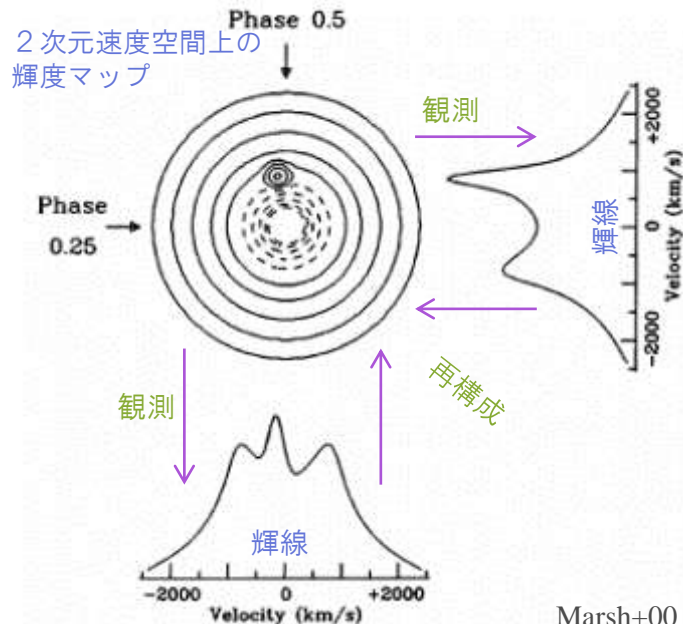
# 全変動最小化を使った ドップラートモグラフィ

(Uemura+15, PASJ, 67, 22)

# ドップラートモグラフィ

(Horne 85; Baptista+93)

- データ
  - スペクトル中の輝線の時間変動
- 推定するもの
  - 2次元速度空間上の輝度マップ



Marsh+00

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \left\| \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \right\|_2^2 + \lambda f(\mathbf{x})$$

データ

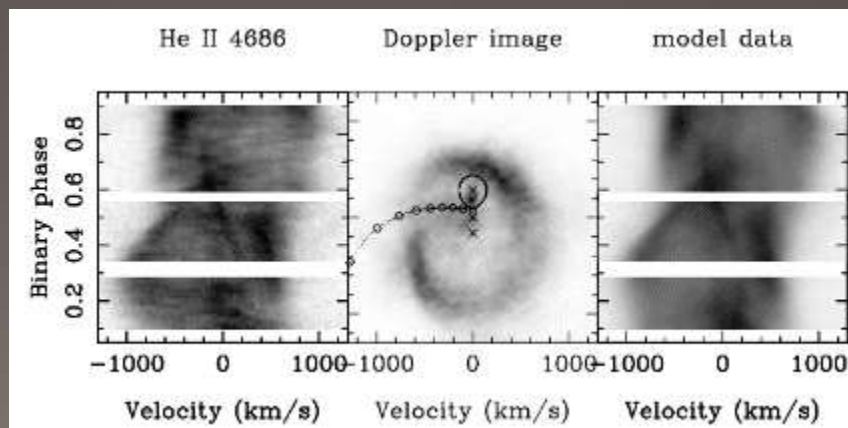
観測行列

マップ

最小二乗法

罰則項  
Ex. MEM, TVM

IP Peg (Harlaftis+99)



# 最大エントロピー法(MEM) と 全変動最小化法(TVM)

- 最大エントロピー法 (MEM)
  - ドップラートモグラフィでは標準
  - 罰則項:

$$S = - \sum_{i=1}^M p_i \ln \frac{p_i}{q_i}$$
$$q_i = \frac{D_i}{\sum_{j=1}^M D_j},$$

- MEMは降着円盤のドップラートモグラフィに最適なのか？
  - ホットスポットや衝撃波領域などはシャープなエッジをもつ構造として観測されるかもしれない。

- 全変動最小化

Total Variation Minimization (TVM)

- 1次微分の1次ノルム
- 罰則項:

$$TV(\mathbf{x}) = \sum \sqrt{(\Delta^h \mathbf{x})^2 + (\Delta^v \mathbf{x})^2}$$

- $\Delta x$ : 差分演算子 =  $x_{i+1} - x_i$
- 差分空間でスパースに。



# ちなみに

- 科研費 新学術領域  
「スパースモデリングの高次元データ駆動科学の創成」
- 領域代表：岡田真人（東京大学・大学院新領域創成科学研究科・教授）
- 平成25～29年度



# ちなみに

- 「天文屋のための How to スパースモデリング」
- <http://home.hiroshima-u.ac.jp/uemuram/>
- “Documents” → “天文屋のための How to スパースモデリング”

## 天文屋のための HOW TO スパースモデリング

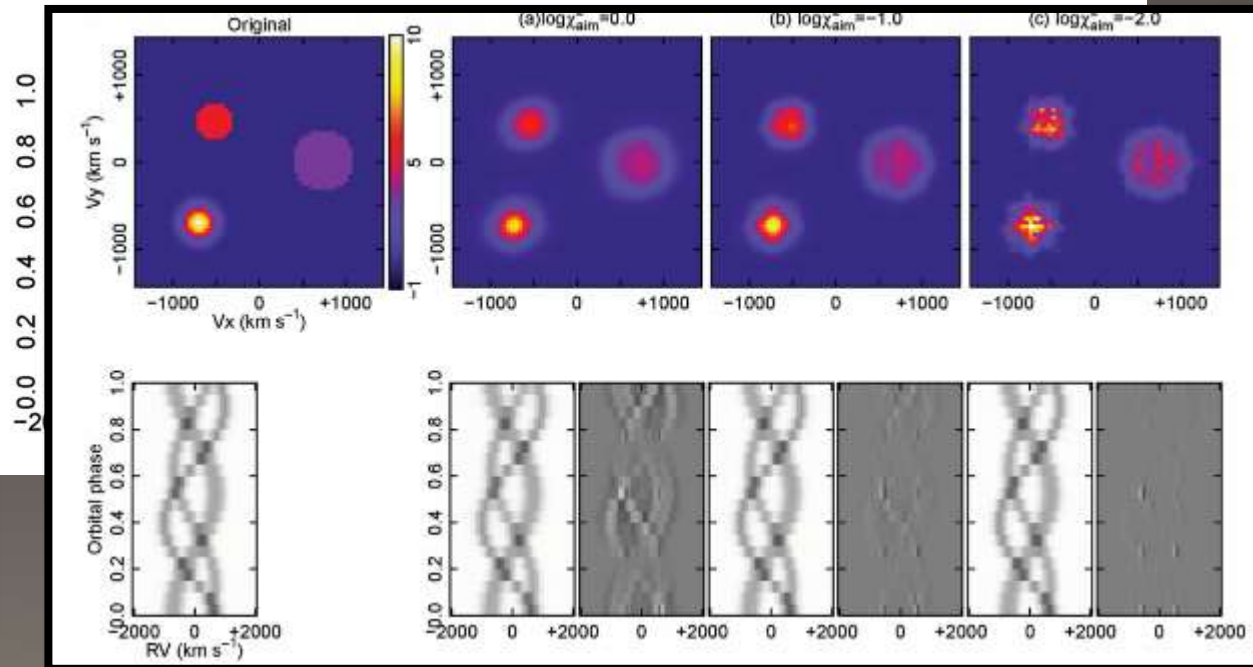
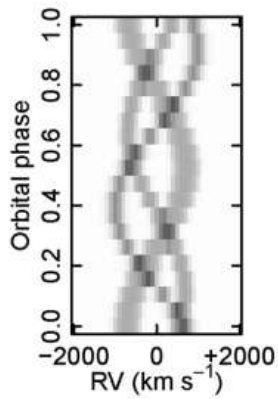
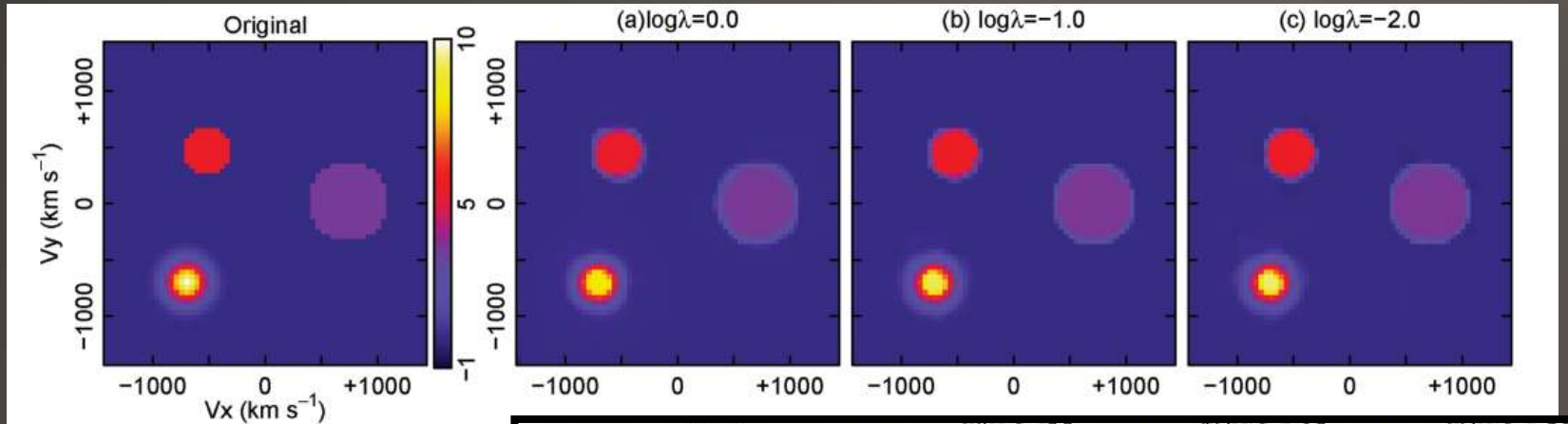
この資料はスパースモデリングの1種である LASSO, 圧縮センシング, 1次ノルム最小化を天文学・宇宙物理学の研究者に紹介するためのものです。学部生でも読めるよう平易な言葉遣いで書いていますし、読みやすいようにページ数を少なくしていますので、既にベイズ統計・機械学習等の知識をお持ちの方には物足りないかもしれません。

いずれも文章は科研費新学術領域「疎性モデリング」内での研究活動を元に、筆者(植村)の責任で書かれたものです(2015年5月28日現在)。断りなく内容が変わる可能性もありますので、各自の責任でご利用ください。

「天文屋のための How to スパースモデリング」

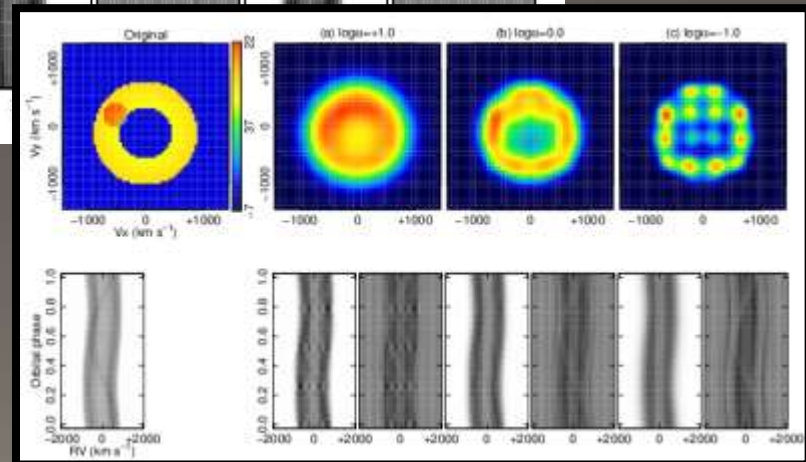
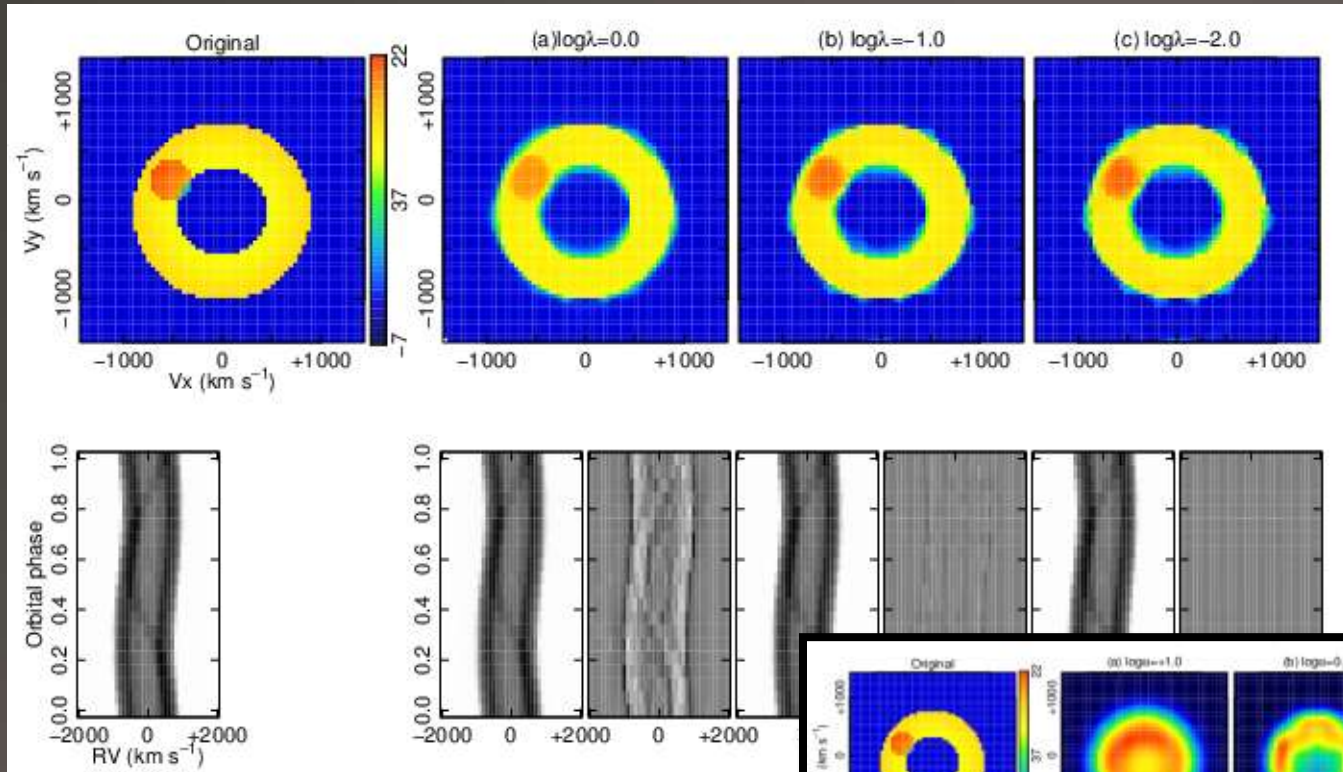
1. 連立1次方程式を解く (5頁)
2. 1次ノルム最小化 - 研究の経緯 (3頁)
3. 時系列データの周期解析への応用 (7頁)
4. 電波干渉計への応用 (5頁)
5. ドップラートモグラフィーへの応用 (6頁)
6. モデル選択と交差検定 (5頁)

# 実験 1 : 3つのスポット



観測点820から  
マップ4096点を推定

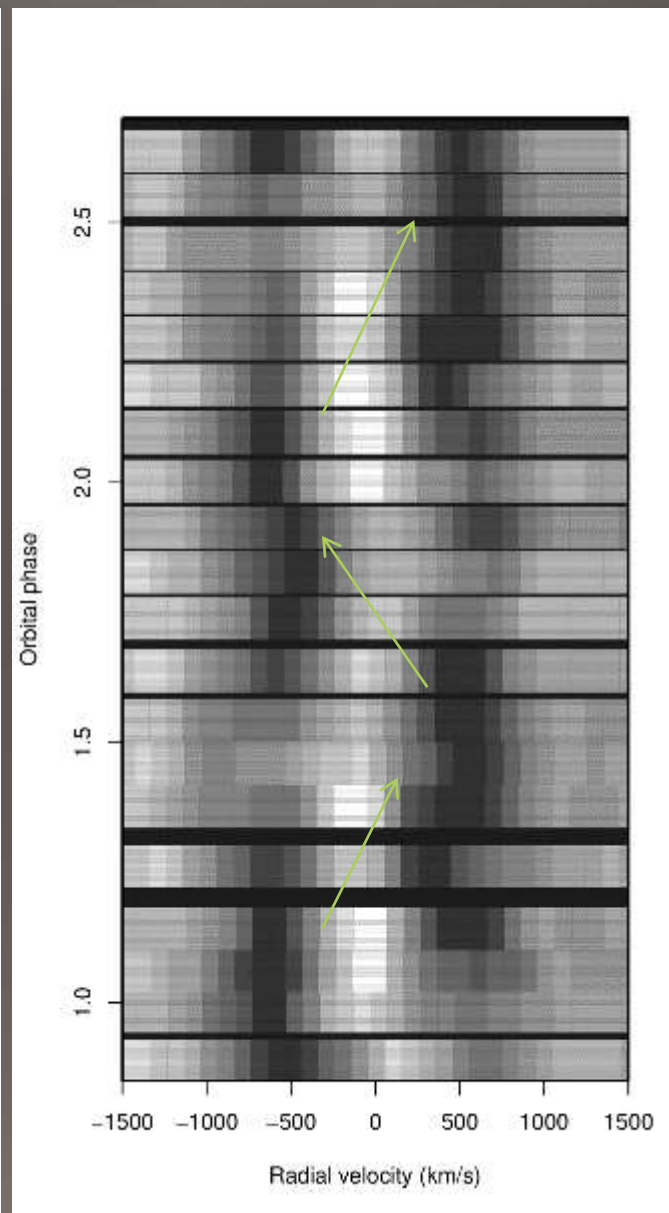
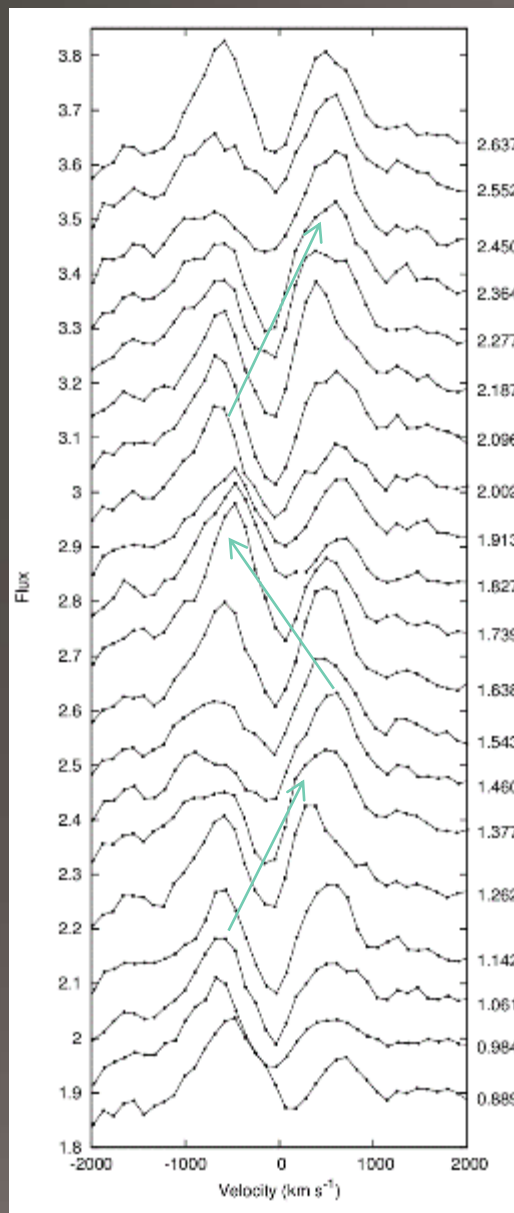
# 実験 2 : 円盤 + スポット



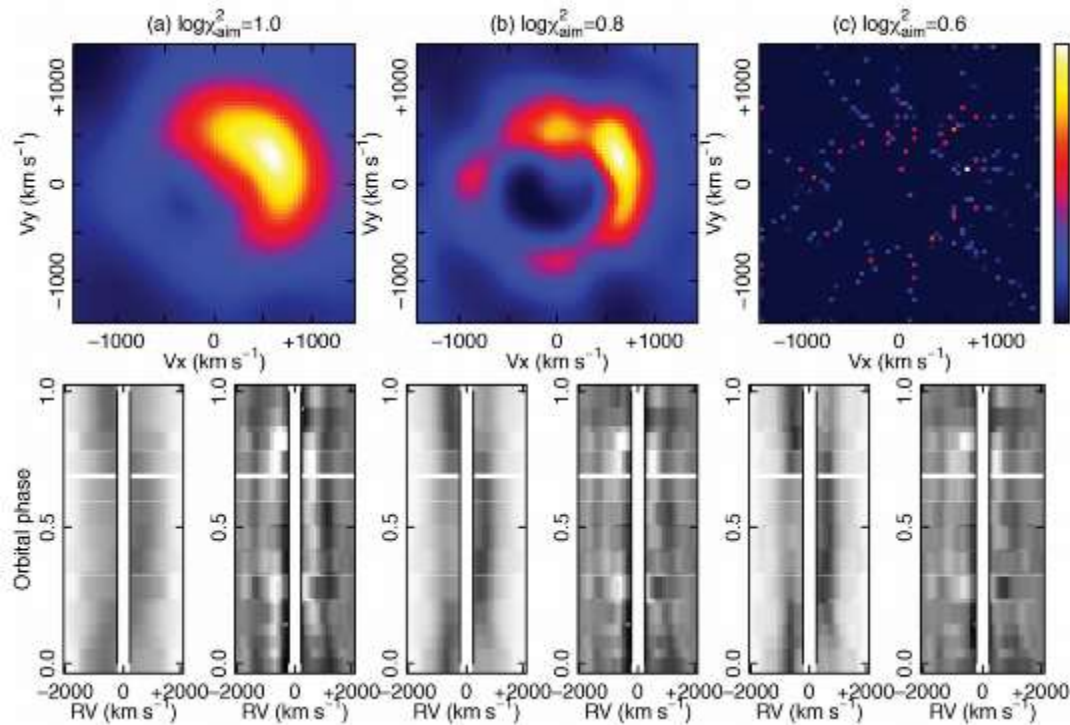
# 実データへの応用

- 矮新星 WZ Sge
- アウトバースト10日目
- 観測装置
  - 122-cm Asiago
  - Resolution  $\sim 6 \text{ \AA}$

水素 (H $\alpha$ ) 輝線の時間変化 (Nogami+04)

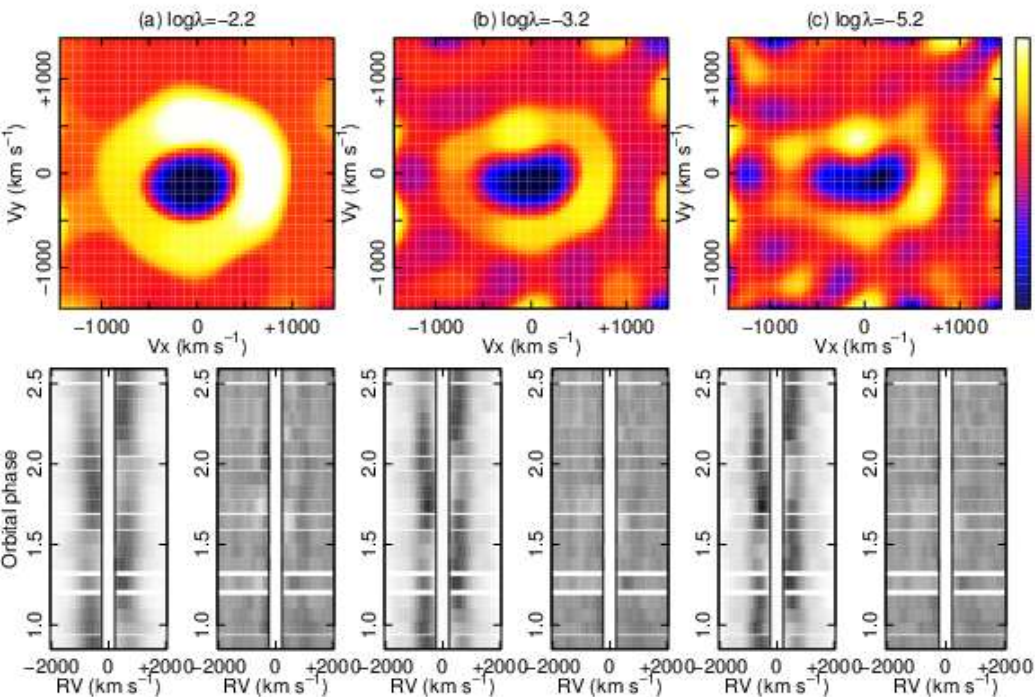


# Doppler maps of WZ Sge



MEM (Spruit 1988, Marsh's code)

- ✓ 右上が一番明るい
- ✓ 全体的に円形
- ✓ 残差が大きい
- ✓ ハイパーパラメータに強く依存
- ✓ 低速度の吸収コアの差し引きに強く依存



TVM (Uemura+2015)

- ✓ 上と右下が明るい。
- ✓ 全体的に楕円
- ✓ 目立った残差成分なし
- ✓ 結果がパラメータに強く依存せず、安定

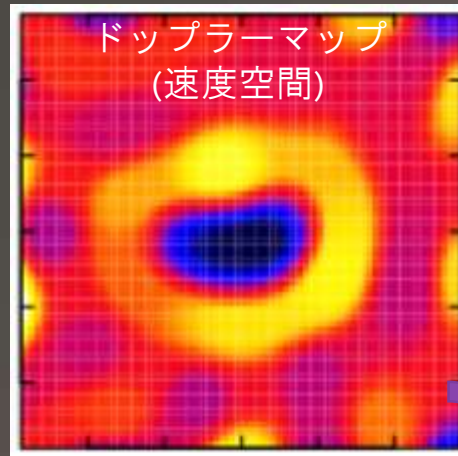
# 全変動最小化を使った ドットプラートモグラフィ

- データサイズが小さく、マップがシャープなエッジをもつような場合に特に有利
  - MEMはなまらせる。
- 降着円盤に最適

# 円盤の高さ構造と輝線マップを比較

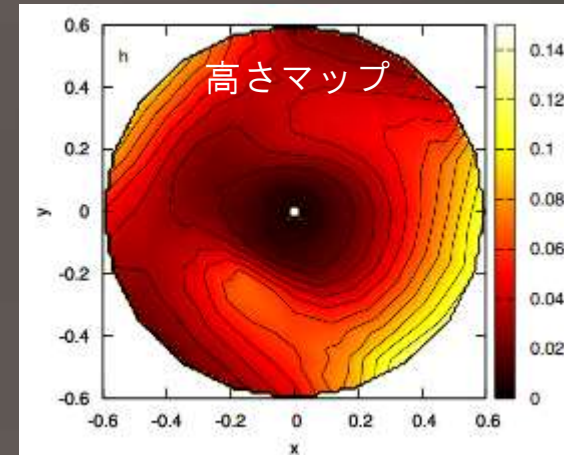
- Disk height mapping

- データ: V455 And  
(アウトバースト 5 日目)



- ドップラートモグラフィ

- データ: WZ Sge  
(アウトバースト 10 日目)



実空間上の速度場は制限三体問題の周期解を仮定

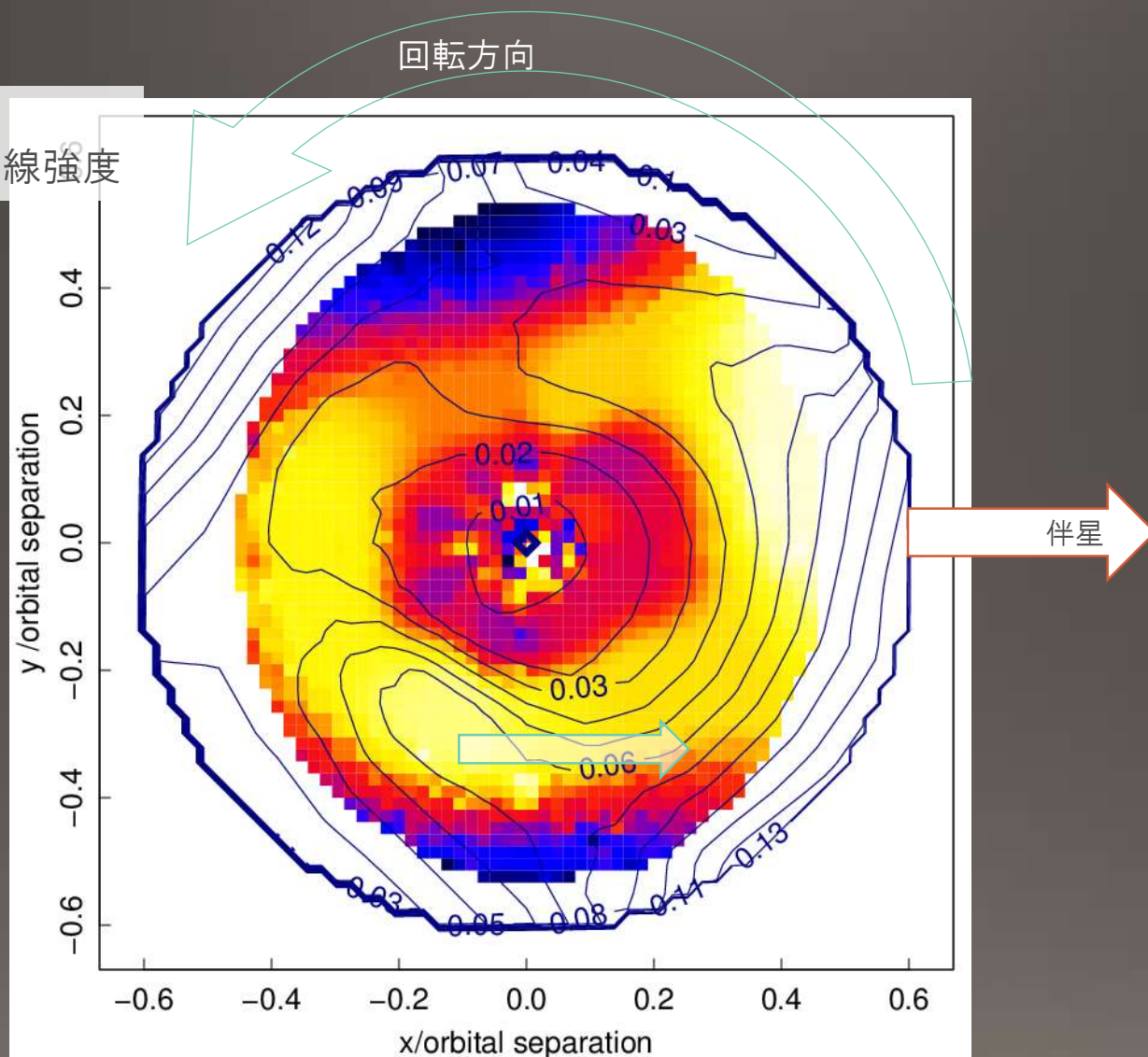
- 類似天体の類似アウトバースト時期



# 円盤の高さ構造と輝線マップを比較

等高線: 高度  
カラーマップ: 輝線強度

- 最も高い領域 ≠ 強い輝線領域
  - 中心からの照射効果は輝線形成の主たる要因ではない
- ガスは内側の強い輝線領域を経て、縦方向に膨張
  - 圧縮と膨張の過程?



# まとめ

- トモグラフィー的な手法は連星系の降着円盤を研究する上で強力なツール
- 新たなデータ・需要から新たな手法を開発
  - 早期スーパーハンプの多色光度曲線から円盤の高さをマッピング
  - 少ないデータからでも正確な結果→全変動最小化を用いたドップラートモグラフィー
- 今後の展望
  - ダイナミックドップラートモグラフィー：時間と共にわずかに構造が変化する円盤のドップラートモグラフィー
  - アウトバースト立ち上がり時のスパイラル構造の発達
  - 空間方向はTVM、時間方向は滑らかな変化、で解けるか？