第５回 広島組合せ論セミナー

講演日時: 2015 年 5 月 14 日 (木) 開始時刻:15:00-

場所: 広島工業大学 五日市キャンパス 三宅の森 Nexus21 １００７教室

講演者: 見村万佐人 (東北大・理)

タイトル: 確証可能なケーリー・エクスパンダーグラフ

概要: 有限連結正則グラフに対し、その隣接行列の第一固有値（次数と等しい）と第二固有値の間の差は「algebraic connectivity」や「spectral gap」と呼ばれ、非常に重要な量である。Alon と (V.) Milman の不等式から、この量はグラフの「等周定数」と呼ばれる“ 比で計る連結度 ”とも密接な関係があることがわかっている。spectral gap ないしは等周定数が小さくないグラフのことを「エクスパンダーグラフ」という。等周定数で考えるとわかりやすいが、与えられたグラフに対して上記の２量が小さくないかを判断しようと思うと、“ 固定された半径のボール（道距離で距離を測る）だけを見る ”というような「局所的な」見方では、値が「小さくない」という判断はできないはずである。この意味で、これらの量はグラフの「大域的な」数量である。今回お話しするのは、にもかかわらず、以下のような主張が大まかに成り立つ、ということである :“ ある半径 R が存在し、ある特殊な半径 R のボールの形では、「半径 R のボールがその形をしている」どんな連結グラフでも、spectral gap がある一定の正数以上ある。” 実際にはこれは現段階では言いすぎで、考える連結グラフを群のケーリーグラフに限定すれば正しい。このとき、このような半径 R のボールの形を具体的にたくさん作ることができる。「大域的な」数量のはずの spectral gap が、半径 R のボールの様子という「局所的な」情報だけで（少なくともケーリーグラフでは）制御されうる、という不思議な主張である。

以上をご覧になって、「そんな結果をどうやって証明するのか」と思われる方もいらっしゃるかもしれない。証明は、辺にラベルのついたケーリーグラフたちのなす空間に適切な位相を入れて収束を考え、そのときに「距離カジュダン（Kazhdan）定数」と呼ばれる群の表現論に付随する定数の振る舞いを調べることによってなされる。これについても時間が許す限り述べたい。

お問合せは 谷口哲至 (広島工大) t.taniguchi.t3@cc.it-hiroshima.ac.jp
または 奥田隆幸 (広島大) okudatak@hiroshima-u.ac.jp まで