

確率・統計 A 演習 第 2 回テスト

2015.4.15

1. $\{\mathcal{B}_j\}_{j \in J}$ を Ω 上の σ -集合体の集まりとする. このとき, $\bigcap_{j \in J} \mathcal{B}_j$ も Ω 上の σ -集合体となることを示せ.
2. 集合族 $\mathbf{A} = \{A_\alpha; \alpha \in \Lambda\}$ に対して以下を証明せよ. ただし, A, A_α ($\alpha \in \Lambda$) は Ω の部分集合である. また, 命題に関するド・モルガンの公式や分配率などの公式は用いてもよい.

$$\left(\bigcup_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha \right)^c = \bigcap_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha^c$$

3. \mathcal{B} を Ω 上の σ -集合体とする. このとき $A_1, A_2, \dots, \in \mathcal{B} \Rightarrow \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{B}$ を示せ.
4. S, T を集合とし, 任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して $A_n = \begin{cases} S & n \text{ が奇数} \\ T & n \text{ が偶数} \end{cases}$ とおく. このとき, A_n の上極限集合と下極限集合を求めよ.