

確率・統計 A 演習 第 3 回テスト

2015.4.22

1. $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ とする. 以下の Ω の部分集合族が Ω 上の σ -集合体であるか否かを判断せよ.

(a) $\mathcal{A}_1 = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 4\}, \{4\}, \{1, 2, 3, 4\}\}.$

2. P を $(\Omega, \mathcal{B})$ 上の確率とし, $\{A_n\}$ を $\mathcal{B}$ に属する事象列とする.

このとき, $P(\varliminf_{n \rightarrow \infty} A_n) \leq P(\varlimsup_{n \rightarrow \infty} A_n)$ を示せ.

3. P を $(\Omega, \mathcal{B})$ 上の確率とする. このとき以下を示せ.

(a) $P(A_n) = 0 \ (n = 1, 2, \dots) \Rightarrow P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = 0,$

(b) $P(A_n) = 1 \ (n = 1, 2, \dots) \Rightarrow P(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n) = 1.$

4. $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ を確率空間, $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{B}$ とする.

このとき $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty \Rightarrow P(\varlimsup_{n \rightarrow \infty} A_n) = 0$ を示せ.

ただし, 各問とも, σ -集合体の基本性質および, 確率測度の基本性質 (単調性, 加法公式, 有限加法性, 劣加法性, 連続性等) は証明なしに用いてよい.