

確率・統計 A 演習 第 5 回テスト

2015.5.20

1. $A, B \in \mathcal{B}$ ($0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$) について次を示せ.

A と B が独立 $\Leftrightarrow A^c$ と B^c が独立

2. 標本空間 $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ と Ω 上の σ -集合体

$\mathcal{B} = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}\}$ とする.

$X(k) = k$ ($k = 1, 2, 3, 4$) とするとき, X が確率変数になるかどうか調べよ.

3. 標本空間 $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ 上の σ -集合体 $\mathcal{B} = \{\emptyset, \{1\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}\}$ とし, X を Ω 上で定義された実数値関数とする. このとき, X が確率変数になるための条件を求めよ. ($X(1), X(2), X(3), X(4)$ に関する条件を示す.)

4. X を (Ω, \mathcal{B}, P) 上の確率変数とし, 任意の $A \in \mathbb{B}_1$ に対して $P_X(A) = P(X^{-1}(A))$ とする. このとき以下を示せ.

(a) $A_1, A_2, \dots \in \mathbb{B}_1$ のとき, $X^{-1}(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \bigcup_{n=1}^{\infty} X^{-1}(A_n)$

(b) P_X は $(\mathbb{R}^1, \mathbb{B}_1)$ 上の確率である.