

確率・統計 A 演習 第 7 回テスト

2015.5.29

1. σ -集合体の定義のみを用いて, $\mathcal{B}$ が σ -集合体であるとき, $A, B \in \mathcal{B}$ ならば $A \cap B \in \mathcal{B}$ であることを示せ.
2. $\mathbb{R}^2$ の閉区間の族 $K = \{[a, b]; -\infty < a < b < \infty\}$ を含む最小の σ -集合体を $\sigma[K]$ と表す. このとき, 以下の問いに答えよ.
 - (a) 任意の実数 a, b ($a < b$) に対して, $(a, b) \in \sigma[K]$ であることを示せ.
 - (b) $\sigma[K] = \mathbb{B}_1$ (1次元ボレル集合体) であることを示せ.
3. X を $(\Omega, \mathbb{B}, P)$ 上の確率変数とする. $Y = [X]$ は確率変数であるかどうか調べよ. ただし, 実数値 x に対して $[x]$ はガウス記号, すなわち, x を超えない最大の整数値を表わす.
4. 標本空間 $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ 上の関数 $X(k) = (k - 2)^2$ が確率変数となるような, 最小の σ -集合体を求めよ.