

確率・統計 A 演習 第8回テスト

2015.6.3

1. 幾何分布 $G(p)$ に従う確率変数 X に関して, $P(X \geq m+n | X \geq m) = P(X \geq n)$ を示せ. ただし m と n は正の整数とする. また, $P(X \geq m+n | X \geq m)$ は, “ $X \geq m$ ” という事象が与えられたときの, “ $X \geq m+n$ ” の起こる条件付き確率を表わす. (このような幾何分布の特性は無記憶性 (以前の失敗回数はこれからの失敗回数と無関係) という.)
2. (X, Y) は 2 次元離散型確率変数で, $P(X = 0, Y = 0) = p_{00}$, $P(X = 0, Y = 1) = p_{01}$, $P(X = 1, Y = 0) = p_{10}$, $P(X = 1, Y = 1) = p_{11}$ とおくとき, $p_{ij} > 0$ ($i, j = 0, 1$), $p_{00} + p_{01} + p_{10} + p_{11} = 1$ であるとする. このとき, 以下の問いに答えよ.
 - (a) X, Y それぞれの周辺分布の確率関数を求めよ.
 - (b) X と Y が独立であるための必要十分条件は $p_{00}p_{11} = p_{01}p_{10}$ であることを示せ.
3. (X, Y) は 2 次元連続型確率変数で, その確率密度関数が $f(x, y) = c$ ($0 < x < 2, 0 < y < 1/2$), 0 (その他) によって与えられるとする. ただし, c は定数である. こととき, 以下の問いに答えよ.
 - (a) c の値を求めよ.
 - (b) X, Y それぞれの周辺分布の確率密度関数を求めよ.
 - (c) X と Y は独立であることを示せ.