# 確率・統計 A 演習　第 9 回テスト

2015.6.17

1. 次の確率分布の平均を求めよ.
   (1) ポアッソン分布 $p(\lambda)$　：確率関数 $f(x) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$　$(x = 0, 1, 2, \ldots)$
   (2) 指数分布 $Ex(\lambda)$　：確率密度関数 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$　$(x \geq 0)$

2. $(X, Y)$ は, 3 項分布 $M_3(n, (p_1, p_2))$ に従う離散型確率変数であるとする. このとき, $\mathrm{E}(X - Y)$ を求めよ.

   $M_3(n, (p_1, p_2))$ の確率関数は

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{n!}{x!y!(1-x-y)!} p_1^x p_2^y (1 - p_1 - p_2)^{n-x-y}$$
$$(x = 0, 1, \ldots, n;\ y = 0, 1, \ldots, n;\ x + y \leq n)$$

3. $X$, $Y$ を独立な連続型確率変数とする. $X$, $Y$ の確率密度関数をそれぞれ $f(x)$, $g(y)$ とおく. このとき, 和 $Z = X + Y$ の確率密度関数 $h(z)$ は

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(z - x)\,dx$$

   であることを示せ.

4. $X$ を確率変数, $A, B$ をボレル集合とするとき, $\mathrm{E}\{1_A(X)\ 1_B(X)\} = \mathrm{P}(X \in A \cap B)$ であることを示せ.

   ただし, 任意の集合 $C$ に対して $1_C(x) = 1\ (x \in C),\ 0\ (x \notin C)$, すなわち, $C$ の定義関数である.

   (ヒント : 確率変数 $Y = 1_A(X)1_B(X)$ の確率関数を考える.)