確率・統計 A 演習 第 13 回テスト

2015.7.22

1. 次の分布の特性関数を求めよ.
 - (1) ポアソン分布 $p(\lambda)$
 - (2) 一様分布 $U(0, 1)$
2. 特性関数を利用して, 次の分布の平均, 分散, 歪度を求めよ.
 - (1) ポアソン分布 $p(\lambda)$
 - (2) 一様分布 $U(0, 1)$
3. 連続型確率変数 X の確率密度関数を $f(x)$ とする. 任意の $x \in \mathbb{R}$ に対して $f(-x) = f(x)$ が成り立つとき, X の特性関数は実数値関数であることを示せ.
4. $X_1 + X_2$ の特性関数を求めることにより, 次を示せ.
 $X_1 \sim p(\lambda_1), X_2 \sim p(\lambda_2), X_1$ と X_2 は互いに独立 $\Rightarrow X_1 + X_2 \sim p(\lambda_1 + \lambda_2)$.
5. 3項分布について以下に答えよ.
 - (1) $(X_1, X_2) \sim M_3(m, (p, q)), (Y_1, Y_2) \sim M_3(n, (p, q))$ で, (X_1, X_2) と (Y_1, Y_2) が独立ならば, $(X_1 + Y_1, X_2 + Y_2) \sim M_3(m + n, (p, q))$ であることを特性関数を使って示せ.
 - (2) $E(e^{it_1 X} e^{it_2 Y})$ で, $t_2 = 0$ とすると, X の特性関数が得られることを利用して, $(X, Y) \sim M_3(n, (p, q))$ のとき, $X \sim B(n, p)$ であることを示せ.

確率関数と確率密度関数

ポアソン分布 $p(\lambda)$

$$f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad (x = 0, 1, 2, \dots)$$

3項分布 $M_3(n, (p, q))$

$$f(x, y) = \frac{n!}{x!y!(n-x-y)!} p^x q^y (1-p-q)^{n-x-y} \quad (x, y = 0, 1, \dots, n; x+y \leq n)$$

一様分布 $U(0, 1)$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$