

傾向 次の問題を組合せた問題などを出題します。

1. X の分布が〇〇であるとき, X の平均と分散を計算せよ.
2. (X, Y) の分布が〇〇であるとき, X, Y の相関係数を計算せよ.
3. (X, Y) の分布が〇〇であるとき, $g(X, Y)$ の確率(密度)関数を求めよ.
($g(x, y) = x + y, g(x, y) = x - y, g(x, y) = x^2, \dots$)
4. (X, Y) の分布が〇〇であるとき, $Y = y$ が与えられたときの X の条件つき分布の確率(密度)関数を求めることにより, その分布が△△であることを示せ.
5. 〇〇分布の特性関数を計算せよ.
6. 〇〇分布の特性関数は次式で与えられるとする. 〇〇分布の平均と分散を計算せよ. ただし, 2次の絶対モーメントが存在すると仮定してよい.
7. X_1, X_2, \dots, X_n は独立に〇〇分布に従う確率変数であるとする. $S = \sum_{i=1}^n X_i$ の特性関数を求めることによって, S の分布が△△であることを示せ.

問題例

X_1, X_2, X_3 は独立にポアソン分布 $p(\lambda)$ に従う確率変数とする.

- (1) $p(\lambda)$ の特性関数を求めよ.
- (2) 特性関数を利用して, X_1 の平均と分散を求めよ.
- (3) $S = X_1 + X_2 + X_3$ の特性関数を求めることによって S の分布が $p(3\lambda)$ であることを示せ.
- (4) j, k, l は $j \geq k + l$ を満たす非負の整数とする. $P(S = j, X_1 = k, X_2 = l)$ を j, k, l, λ を用いて表せ.
- (5) S と X_1 の共分散を計算せよ.
- (6) $S = j$ が与えられたときの X_1 の条件つき分布の確率関数を求めよ.
- (7) S と X_1 は独立か? 理由とともに答えよ.

ただし, $p(\lambda)$ の確率関数は $f(x; \lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$ ($x = 0, 1, 2, \dots$) である.

対策

- 定義や定理を覚える. 確率密度関数は問題で与えるので覚えなくてよい.
- テキスト 2.5 に出てくる分布を上の 1.~ 7. に当てはめて計算できるようにしておく. (積分や級数の計算,)
- テキスト章末の演習問題を解けるようにしておく.