確率統計基礎講義 B／確率統計特殊講義　レポート問題 1

平成 30 年 5 月 10 日

A4 の用紙に番号, 氏名, 提出日, 問題の解答を書いて

５月１７日（木）

までに, 数学事務室カウンター前の指定のボックスに提出せよ.

問題 1 X を平均 μ の指数分布に従う確率変数とする. ここで, 平均 μ の指数分布 $Ex(\mu)$ の確率密度関数は次式で与えられる.

$$f(x;\mu) = \begin{cases} \dfrac{1}{\mu} e^{-x/\mu} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

(1) 検定問題

$$X_1, \ldots, X_n \overset{i.i.d.}{\sim} Ex(\mu),$$
$$\text{帰無仮説 } H_0 : \mu = 1, \quad \text{対立仮説 } H_1 : \mu > 1$$

の, 有意水準 α の 一様最強力検定を求めよ.

(2) 検定問題

$$X_1, \ldots, X_n \overset{i.i.d.}{\sim} Ex(\mu),$$
$$\text{帰無仮説 } H_0 : \mu = 1, \quad \text{対立仮説 } H_1 : \mu \neq 1 \ (\mu > 0)$$

の一様最強力検定は存在しないことを示せ.

問題 2 (1) (問題 2.1)

$X_1, \ldots, X_n \overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \theta) \quad (\theta > 0)$ とする. $S_0 = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ は θ の有効推定量であることを示せ.

(2) $X_1, \ldots, X_n \overset{i.i.d.}{\sim} N(\mu, 1)$ とする. 標本平均 $\bar{X} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$ は μ の有効推定量であることを示せ.

問題 3 $X_1, \ldots, X_n \overset{i.i.d.}{\sim} P_o(\lambda)$ (平均 λ のポアソン分布) とする.

(1)

$$S = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

は完備十分統計量であることを示せ.

(2) $S = s$ を与えたときの X_1 の条件付き平均を求めることにより, λ の一様最小分散不偏推定量を求めよ.