10 経済数学入門 I 小テスト (2018/06/20):解答・解説

クラス: 02 番号: 氏名:

問題 10.1. 次の関数 f(x) に対して,極大値を求めよ.

(1)
$$f(x) = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x$$

$$f'(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$
 を解くと, $x = 2$.

$$f''(x) = -\frac{1}{3}$$
なので、

•
$$f''(2) = -\frac{1}{3} < 0$$
. よって $x = 2$ のとき極大.

以上より、極大値は
$$f(2) = -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

(2)
$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$f'(x) = -x^2 + 3x - 2 = 0$$
 を解くと, $x = 1, 2$.

$$f''(x) = -2x + 3$$
 なので、

- f''(1) = 1 > 0. よって x = 1 のとき極小.
- f''(2) = -1 < 0. よって x = 2 のとき極大.

以上より、極大値は
$$f(2) = -\frac{8}{3} + 6 - 4 + 1 = \frac{1}{3}$$

問題 10.2. 次の関数 f(x) に対して、最大値を求めよ (上の結果を用いてよい).

(1)
$$f(x) = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x$$
 $(x \ge 0)$

- 上の結果より, f(x) の極大値は $f(2)=rac{2}{3}$
- 端点は x=0 なので、そのときの値は f(0)=0

よって,
$$f(2) > f(0)$$
 なので, 最大値は $f(2) = \frac{2}{3}$

(2)
$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$$
 $(x \ge 0)$

- 上の結果より、f(x) の極大値は $f(2) = \frac{1}{3}$
- 端点は x = 0 なので, そのときの値は f(0) = 1

よって,
$$f(2) < f(0)$$
 なので, 最大値は $f(0) = 1$