

12 経済数学入門 I 小テスト (2018/07/04) : 解答・解説

クラス： 01 番号：

氏名：

問題 12.1. ある財の需要関数が $q = 6 - \frac{1}{2}p$, その財を生産する企業の費用関数が $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 8x + 12$ であるとする. この企業が独占的に生産するとき, 利潤を最大化する生産量 x^* を求めよ (ただし $x^* > 0$ とする).

【解答】

- 仮定から $q = x$. よって $x = 6 - \frac{1}{2}p$ なので, $p = 12 - 2x$.

よって, 収入は $R(x) = (12 - 2x)x = -2x^2 + 12x$

- 利潤は $\pi(x) = (-2x^2 + 12x) - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 8x + 12\right) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x - 12$.

よって, $\pi'(x) = -x^2 + 3x + 4 = -(x+1)(x-4) = 0$ を解くと, $x = 4$.

($x > 0$ なので $x = -1$ は不適.)

- $\pi''(x) = -2x + 3$ なので, $x = 4$ のとき $\pi''(4) = -5 < 0$.

- 以上より, $x^* = 4$ のとき利潤は最大となる (そのときの利潤は $\pi(4) = \frac{20}{3}$.)

問題 12.2. ある財の市場価格が 2, その財を生産する企業の費用関数が $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 8x + 12$ であるとする. この企業がプライステイカーであるとき, 利潤を最大化する生産量 x^* を求めよ (ただし $x^* > 0$ とする).

【解答】

- 仮定から $p = 2$. よって, 収入は $R(x) = 2x$
- 利潤は $\pi(x) = 2x - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 8x + 12\right) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 6x - 12$.
よって, $\pi'(x) = -x^2 + 7x - 6 = -(x-1)(x-6) = 0$ を解くと, $x = 1, 6$.
- $\pi''(x) = -2x + 7$ なので, $x = 6$ のとき $\pi''(6) = -5 < 0$.
($x = 1$ のとき $\pi''(1) = 5 > 0$ なので $x = 1$ は不適.)
- 以上より, $x^* = 6$ のとき利潤は最大となる (そのときの利潤は $\pi(6) = 6$.)