

12 経済数学入門 I 小テスト (2018/07/04) : 解答・解説

クラス： 02 番号：

氏名：

問題 12.1. ある財の需要関数が $q = 30 - 2p$, その財を生産する企業の費用関数が $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x + 3$ であるとする. この企業が独占的に生産するとき, 利潤を最大化する生産量 x^* を求めよ (ただし $x^* > 0$ とする)

【解答】

- 仮定から $q = x$. よって $x = 30 - 2p$ なので, $p = 30 - \frac{1}{2}x$.

$$\text{よって, 収入は } R(x) = \left(15 - \frac{1}{2}x\right)x = -\frac{1}{2}x^2 + 15x$$

- 利潤は $\pi(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 + 15x\right) - \left(\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x + 3\right) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 6x - 3$.

$$\text{よって, } \pi'(x) = -x^2 + 5x + 6 = -(x+1)(x-6) = 0 \text{ を解くと, } x = 6.$$

($x > 0$ なので $x = -1$ は不適.)

- $\pi''(x) = -2x + 5$ なので, $x = 6$ のとき $\pi''(6) = -7 < 0$.

- 以上より, $x^* = 6$ のとき利潤は最大となる (そのときの利潤は $\pi(6) = 51$.)

問題 12.2. ある財の市場価格が 4, その財を生産する企業の費用関数が $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x + 3$ であるとする. この企業がプライステイカーであるとき, 利潤を最大化する生産量 x^* を求めよ (ただし $x^* > 0$ とする).

【解答】

- 仮定から $p = 4$. よって, 収入は $R(x) = 4x$
- 利潤は $\pi(x) = 4x - \left(\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x + 3\right) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x - 3$.
よって, $\pi'(x) = -x^2 + 6x - 5 = -(x-1)(x-5) = 0$ を解くと, $x = 1, 5$.
- $\pi''(x) = -2x + 6$ なので, $x = 5$ のとき $\pi''(5) = -4 < 0$.
($x = 1$ のとき $\pi''(1) = 4 > 0$ なので $x = 1$ は不適.)
- 以上より, $x^* = 5$ のとき利潤は最大となる (そのときの利潤は $\pi(5) = \frac{16}{3}$.)