

13 経済数学入門 I 小テスト (2018/07/18) : 解答・解説

クラス : 01 番号 :

氏名 :

問題 13.1. 財 X, Y の価格をそれぞれ 4, 2, 個人の所得を 12 とする.

(1) 予算制約式を求めよ.

$$\text{予算制約式は } 4x + 2y = 12$$

$$\therefore 2x + y = 6$$

(2) 個人の効用が $U = xy$ のとき, 効用を最大にする x, y ($x, y > 0$) を求めよ.

- 予算制約式より $y = -2x + 6$.
- これを $U = xy$ に代入すると, $U = x(-2x + 6) = -2x^2 + 6x$.
よって, $U' = -4x + 6 = 0$ を解いて, $x = \frac{3}{2}$.
- $U'' = -4$ なので,
 - $x = \frac{3}{2}$ のとき, $U'' = -4 < 0$.
- $x = \frac{3}{2}$ のとき, $y = -2 \cdot \frac{3}{2} + 6 = 3$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, 3\right)$.

(3) 個人の効用が $U = xy^2$ のとき, 効用を最大にする x, y ($x, y > 0$) を求めよ.

- 予算制約式より $y = -2x + 6$.
- これを $U = xy^2$ に代入すると, $U = x(-2x + 6)^2 = 4x^3 - 24x^2 + 36x$.
よって, $U' = 12x^2 - 48x + 36 = 12(x - 1)(x - 3) = 0$ を解いて, $x = 1, 3$.
- $U'' = 24x - 48$ なので,
 - $x = 1$ のとき, $U'' = -24 < 0$.
 - $x = 3$ のとき, $U'' = 24 > 0$. (不適)
- $x = 1$ のとき, $y = -2 \cdot 1 + 6 = 4$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = (1, 4)$.

予算制約式や効用を y で表す場合

- (2)
- 予算制約式より $x = -\frac{1}{2}y + 3$.
 - これを $U = xy$ に代入すると, $U = \left(-\frac{1}{2}y + 3\right)y = -\frac{1}{2}y^2 + 3y$.
よって, $U' = -y + 3 = 0$ を解いて, $y = 3$.
 - $U'' = -1$ なので,
 - $y = 3$ のとき, $U'' = -1 < 0$.
 - $y = 3$ のとき, $x = -\frac{1}{2} \cdot 3 + 3 = \frac{3}{2}$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, 3\right)$.

- (3)
- 予算制約式より $x = -\frac{1}{2}y + 3$.
 - これを $U = xy^2$ に代入すると, $U = \left(-\frac{1}{2}y + 3\right)y^2 = -\frac{1}{2}y^3 + 3y^2$.
よって, $U' = -\frac{3}{2}y^2 + 6y = -\frac{3}{2}y(y - 4) = 0$ を解いて, $y = 4$.
 - $U'' = -3y + 6$ なので,
 - $y = 4$ のとき, $U'' = -6 < 0$.
 - $y = 4$ のとき, $x = -\frac{1}{2} \cdot 4 + 3 = 1$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = (1, 4)$.