

13 経済数学入門 I 小テスト (2018/07/18) : 解答・解説

クラス : 02 番号 :

氏名 :

問題 13.1. 財 X, Y の価格をそれぞれ 2, 4, 個人の所得を 24 とする.

(1) 予算制約式を求めよ.

$$\text{予算制約式は } 2x + 4y = 24$$

$$\therefore x + 2y = 12$$

(2) 個人の効用が $U = xy$ のとき, 効用を最大にする x, y ($x, y > 0$) を求めよ.

- 予算制約式より $y = -\frac{1}{2}x + 6$.
- これを $U = xy$ に代入すると, $U = x \left(-\frac{1}{2}x + 6 \right) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x$.
よって, $U' = -x + 6 = 0$ を解いて, $x = 6$.
- $U'' = -1$ なので,
 - $x = 6$ のとき, $U'' = -1 < 0$.
- $x = 6$ のとき, $y = -\frac{1}{2} \cdot 6 + 6 = 3$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = (6, 3)$.

(3) 個人の効用が $U = xy^2$ のとき, 効用を最大にする x, y ($x, y > 0$) を求めよ.

- 予算制約式より $y = -\frac{1}{2}x + 6$.
- これを $U = xy^2$ に代入すると, $U = x \left(-\frac{1}{2}x + 6 \right)^2 = \frac{1}{4}x^3 - 6x^2 + 36x$.
よって, $U' = \frac{3}{4}x^2 - 12x + 36 = \frac{3}{4}(x - 4)(x - 12) = 0$ を解いて, $x = 4, 12$.
- $U'' = \frac{3}{2}x - 12$ なので,
 - $x = 4$ のとき, $U'' = -6 < 0$.
 - $x = 12$ のとき, $U'' = 6 > 0$. (不適)
- $x = 4$ のとき, $y = -\frac{1}{2} \cdot 4 + 6 = 4$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = (4, 4)$.

予算制約式や効用を y で表す場合

- (2)
- 予算制約式より $x = -2y + 12$.
 - これを $U = xy$ に代入すると, $U = (-2y + 12)y = -2y^2 + 12y$.
よって, $U' = -4y + 12 = 0$ を解いて, $y = 3$.
 - $U'' = -4$ なので,
 - $y = 3$ のとき, $U'' = -4 < 0$.
 - $y = 3$ のとき, $x = -2 \cdot 3 + 12 = 6$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = (6, 3)$.

- (3)
- 予算制約式より $x = -2y + 12$.
 - これを $U = xy^2$ に代入すると, $U = (-2y + 12)y^2 = -2y^3 + 12y^2$.
よって, $U' = -6y^2 + 24y = -6y(y - 4) = 0$ を解いて, $y = 4$.
 - $U'' = -12y + 24$ なので,
 - $y = 4$ のとき, $U'' = -24 < 0$.
 - $y = 4$ のとき, $x = -2 \cdot 4 + 12 = 4$.

以上より, U を最大にする x, y は $(x, y) = (4, 4)$.