数学通論 II 演習・小テスト　No. 4（訂正版）　(2019/10/11)

1. $(X, \mathcal{O})$ を位相空間とする.

(1) 部分集合 $O \subset X$ が点 $x \in X$ の「開近傍」であることの定義を述べよ.

定義： $O \in \mathcal{O}$ かつ $x \in O$.
(i.e., $x \in O \in \mathcal{O}$.)

(2) 点 $x \in X$ が部分集合 $A \subset X$ の「内点」であることの定義を述べよ.

定義： $\exists O$: x の開近傍 s.t. $O \subset A$.
(i.e., $\exists O \in \mathcal{O}$ s.t. $x \in O \subset A$.)

2. $X := \{1,2,3,4\}$ とし, X 上の位相 $\mathcal{O}$ を

$$\mathcal{O} := \{\emptyset, \{1\}, \{1,2\}, \{3,4\}, \underline{\{1,3,4\}}, X\}$$

で定める ($\mathcal{O}$ が X の位相であることは認める). また, $A := \{1,2,3\}$ とおく.

(1) 1 の開近傍をすべて答えよ (答えのみで良い).

解答： $\{1\}, \{1,2\}, \underline{\{1,3,4\}}, X$.

(2) 2 が A の内点であることを示せ.

証明： ［示すこと：$\exists O$: 2 の開近傍 s.t. $O \subset A$. ］

$O := \{1,2\}$ とおく. このとき,

- $\mathcal{O}$ の定め方から, $O \in \mathcal{O}$,
- 明らかに $2 \in O \subset A$.

が成り立つ. よって, 2 は A の内点である. □

(3) A の内部 A° を求めよ (答えのみで良い).

解答： $A^\circ = \{1,2\}$.

学生番号：　　　　　　　　　　氏名：