数学通論 II 演習・小テスト　No. 7 (2019/10/24)

1. $(X, \mathcal{O})$ を位相, $A \subset X$ を部分集合とする.

   - $W \subset A$ が相対位相に関して A の開集合であることの定義を述べよ.

   定義： $\exists O \in \mathcal{O}$ s.t. $W = O \cap A$.

2. $X := \{1, 2, 3, 4\}$ とし, X 上の位相を

$$\mathcal{O} := \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}, X\}$$

で定める. また $A := \{2, 3, 4\}$ とおき, A には $\mathcal{O}$ から定まる相対位相を入れる.

(1) $\{2\}$ が A の開集合であることを示せ.

証明：［示すこと：$\exists O \in \mathcal{O}$ s.t. $\{2\} = O \cap A$. ］

$O := \{1, 2\}$ とおく. このとき,

- $\mathcal{O}$ の定め方から, $O \in \mathcal{O}$,
- 明らかに $O \cap A = \{1, 2\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2\}$.

が成り立つ. よって, U は A の開集合である. $\square$

(2) A の開集合をすべて求めよ (答えのみで良い).

解答： $\emptyset, \{2\}, \{3, 4\}, A$.

(3) X の 2 点部分集合で, その相対位相が密着位相でも離散位相でもないものをすべて求めよ (答えのみで良い).

解答： $\{1, 2\}$.

学生番号：　　　　　　　　　　　氏名：