



Sパラメータ特論 [II]

—Sパラメータの諸性質—

Advanced Concepts in S-parameters [II]:
Properties of S-parameters

天川修平

1. はじめに

今回は1ポートのSパラメータである反射係数について考察した。特に断りなく「電圧」や「電流」に言及したが、Sパラメータは中空導波管のようにTEM (Transverse Electromagnetic) 伝送線路的な意味での「電圧」や「電流」が存在しない系に対しても適用できる。この場合の議論は、電界と磁界を基に定義された「実効的な電圧」と「実効的な電流」を使って展開される^{(1),(2)}。損失がある擬似TEM伝送線路についても同様である。「実効的な電圧」と「実効的な電流」の定義には任意性があり、また、特性インピーダンス Z_0 の定義(絶対値 $|Z_0|$ の選び方)にも任意性がある。この辺りを真面目に考えるのはかなり面倒である⁽³⁾。

マイクロ波帯で測定される一次情報はSパラメータである。Sパラメータとイミタンス(Zパラメータ, Yパラメータ)の行き来には基準インピーダンス(=通常は特性インピーダンスに一致)が必要で、かつ、この行き来は高周波集積回路では必須である。一方、中空導波管を中心としたマイクロ波の世界では、導波管の特性イ

ンピーダンスを正確に把握しておく必要は必ずしもない⁽¹⁾。フィルタの設計理論は回路理論を使って記述されるが、そこで出てくるイミタンスは、言ってみれば「相対値」である。そのため、仮に $Z_{ref}=Z_0=1$ としてもよく行われている⁽²⁾。中空導波管系では $Z_{ref}=Z_0$ の値をうやむやにしたままでも何とかこなってしまうことは、基準インピーダンスで規格化した取扱い(すなわちSパラメータ)の利点として認識されている⁽¹⁾。しかしながら、集積回路設計ではSパラメータから電圧・電流の情報を取り出さなければならないので、基準インピーダンス Z_{ref} の値は正確に把握しておく必要がある。測定時の Z_{ref} がどのように決まるかについては次回論じる。

Z_{ref} が複素数の場合、Sパラメータには電圧進行波を使って定義したものと、電力波と呼ばれる量を使って定義したものの二系統が存在することを前回述べた。両者はかなり性質が異なり、 Z_{ref} が実数値の場合のみ一致する。今回も、これら二系統のSパラメータについて性質を調べていく。理論上、二系統の定義があるのはいとして、測定との関係はどうなっているのだろうか。前回に引き続いて反射係数(1ポートのSパラメータ)について考察した後、2ポート以上のSパラメータについて説明する。

目次

- [I] 反射係数の二つの定義 (5月号)
- [II] Sパラメータの諸性質 (6月号)
- [III・完] 基準インピーダンスの設定 (7月号)

2. 反射係数とスミスチャート

複素反射係数平面上で、基準インピーダンスで規格化されたインピーダンスを読み取れるようにした円線図が水橋・スミスチャートだ(以下、スミスチャートと記す)。インピーダンス Z_L の1ポートがあったとき、電圧進行波に対する反射係数は

天川修平 正員 広島大学大学院先端物質科学研究科半導体集積科学専攻
E-mail amakawa@hiroshima-u.ac.jp
Shuhei AMAKAWA, Member (Graduate School of Advanced Sciences of Matter,
Hiroshima University, Higashihiroshima-shi, 739-8530 Japan).
電子情報通信学会誌 Vol.100 No.6 pp.511-516 2017年6月
©電子情報通信学会 2017

$$S_{11(Z_{ref})} = \frac{Z_L - Z_{ref}}{Z_L + Z_{ref}}, \quad (1)$$

電力波に対する反射係数は

$$S_{P11(Z_{ref})} = \frac{Z_L - Z_{ref}^*}{Z_L + Z_{ref}} \quad (2)$$

である。式(1)が想定するのは図1のような系で、入射し反射されるのは電圧進行波だから $Z_{ref} = Z_0$ とする。式(2)が想定するのは図2のような系で、入射し反射されるのは電力波であり $Z_{ref} = Z_S$ とする。

前回述べたとおり、基準インピーダンス Z_{ref} (本稿では $\Re(Z_{ref}) > 0$ と仮定する) が複素数の場合、この1ポートが受動回路網 ($\Re(Z_L) \geq 0$) でも $|S_{11(Z_{ref})}| > 1$ になる可能性がある。ということは、 Z_{ref} を中心とするスミスチャート上で、 $S_{11(Z_{ref})}$ が単位円の外に出ることもあるということの意味する。受動と能動の境界は単位円ではない⁽⁴⁾。通常は $Z_{ref} = Z_0$ だから、スミスチャートの中心のインピーダンス自体が複素数で周波数依存性を持つことにも注意を要する。とはいえ、オープン ($Z_L/Z_{ref} = \infty$) の反射係数が $S_{11(Z_{ref})} = 1$ であるとかショート ($Z_L/Z_{ref} = 0$) の反射係数が $S_{11(Z_{ref})} = -1$ であるとかいった常識的なことは普通に成立する。

式(2)は Z_{ref} が複素数でも $|S_{P11(Z_{ref})}| \leq 1$ を満たすので、 $S_{11(Z_{ref})}$ よりも好ましく思えるかもしれない。しかし、話はそれほど単純ではない。スミスチャートは式(1)から導出される。式(2)は式の形が違うので、 $S_{P11(Z_{ref})}$ を普通にスミスチャート上にプロットすることはできない。具体例としてショートについて考えてみると、式(2)から $S_{P11(Z_{ref})} = -Z_{ref}^*/Z_{ref}$ を得る。もし Z_{ref}

が虚部を持つなら $S_{P11(Z_{ref})} \neq -1$ であり、マイクロ波工学の常識に反するかのような結果となる。 $S_{11(Z_{ref})}$ と $S_{P11(Z_{ref})}$ は定義も意味も異なるため、このようなことになる。

$S_{P11(Z_{ref})}$ をスミスチャート上にプロットしたければ、式(2)を以下のように変形する⁽⁵⁾。

$$S_{P11} = \frac{[R_L + j(X_L + X_{ref})] - R_{ref}}{[R_L + j(X_L + X_{ref})] + R_{ref}} = \frac{Z_L - R_{ref}}{Z_L + R_{ref}} \quad (3)$$

ただし、

$$Z_{ref} = R_{ref} + jX_{ref}, \quad (4)$$

$$Z_L \equiv R_L + j(X_L + X_{ref}) \quad (5)$$

である。式(3)は式(1)と同じ形なので、 $R_{ref} = \Re(Z_{ref})$ を中心とするスミスチャート上に Z_L をプロットすれば、 $S_{P11(Z_{ref})}$ の大きさと偏角が読み取れる。一般には $S_{P11(Z_{ref})} \neq S_{11(Z_{ref})}$ であり、オープンに対してのみ $S_{P11(Z_{ref})} = S_{11(Z_{ref})}$ (=1) が成り立つ。

さて、話はこれで終わりではない。 $S_{P11(Z_{ref})}$ に関する以上の議論は、図2のように負荷をテブナン型信号源で励起することを想定して導出されたものである⁽⁵⁾。そのときの電力波と反射係数は

$$a_{p1} = \frac{V_1 + Z_{ref} I_1}{2\sqrt{\Re(Z_{ref})}}, \quad b_{p1} = \frac{V_1 - Z_{ref}^* I_1}{2\sqrt{\Re(Z_{ref})}}, \quad (6)$$

$$S_{P11(Z_{ref})} \equiv \frac{b_{p1}}{a_{p1}} \quad (7)$$

であった。しかし、図3に示すような図2と等価なノートン型信号源から出発して導出すると、電力波と反射係数の自然な定義は

$$a'_{p1} = \frac{I_1 + Y_{ref} V_1}{2\sqrt{\Re(Y_{ref})}}, \quad b'_{p1} = -\frac{I_1 - Y_{ref}^* V_1}{2\sqrt{\Re(Y_{ref})}}, \quad (8)$$

$$S_{PV11(Y_{ref})} \equiv \frac{b'_{p1}}{a'_{p1}} \quad (9)$$

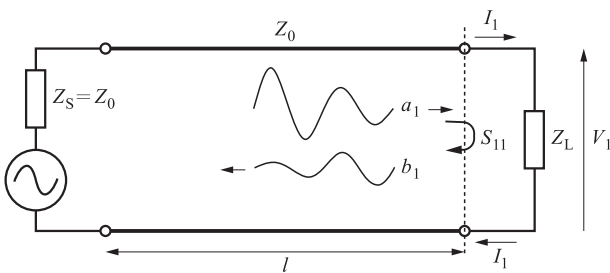


図1 伝送線を介して励起される負荷 Z_L

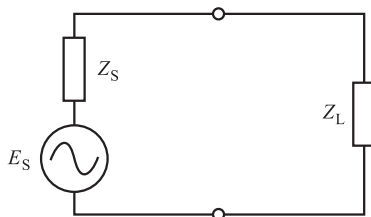


図2 テブナン型信号源に励起される負荷 Z_L

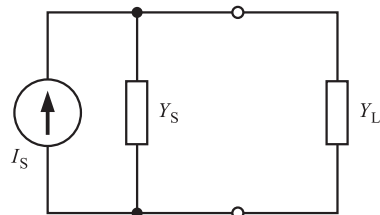


図3 ノートン型信号源に励起される負荷 Y_L $Y_S = 1/Z_S$, $I_S = E_S/Z_S$, $Y_L = 1/Z_L$ とすれば、図2と等価になる。

表1 基準インピーダンスを明記したSパラメータ, S行列の表記法⁽⁶⁾

例	説明
$S_{ij}(50\Omega)$	ポート <i>i</i> と <i>j</i> 共に50Ω基準のSパラメータ
$S_{(R_{ref})}$	全てのポートの基準抵抗が R_{ref} のS行列
$S_{21}(R_{ref1}, R_{ref2})$	ポート1の基準抵抗が R_{ref1} , ポート2の基準抵抗が R_{ref2} の S_{21}
$S_{(Z_{ref1}, Z_{ref2})}$	ポート1とポート2の基準インピーダンスがそれぞれ Z_{ref1} , Z_{ref2} のS行列
$S_{(Z_{ref})}$	基準インピーダンス行列が $Z_{ref}=\text{diag}(Z_{ref1}, Z_{ref2}, \dots)$ のS行列

となる^{(6)(注1)}. $Y_{ref}=1/Z_{ref}(=Y_S)$ は基準アドミッタンスである. つまり, 式(6)の電力波の定義はユニークではない⁽⁵⁾. 式(9)と式(7)の関係は,

$$S_{PV11}(Y_{ref}) = \frac{Z_{ref}}{Z_{ref}^*} \cdot \frac{Z_L - Z_{ref}^*}{Z_L + Z_{ref}} = \frac{Z_{ref}}{Z_{ref}^*} S_{P11}(Z_{ref}). \quad (10)$$

$|Z_{ref}/Z_{ref}^*|=1$ だから, $S_{PV11}(Y_{ref})$ と $S_{P11}(Z_{ref})$ は位相だけが違う. ショートについて式(10)の値を計算してみると, $S_{PV11}(Y_{ref})=(Z_{ref}/Z_{ref}^*)(-Z_{ref}^*/Z_{ref})=-1$ と「常識的」な値となる. 一体どうなっているのだろうか?

式(8)と式(6)は互いに位相だけが違う. 実は電力波の位相には任意性があり, 式(8)と式(6)以外の定義も可能だ⁽⁵⁾. 式(8)は図3の電流源の「電圧」が位相の基準になっている. $S_{PV11}(Y_{ref})$ の添字に含まれるVは, これが「電圧」と対応付いた反射係数であることを意味している⁽⁶⁾. それに対して, 式(6)は図2の電圧源を流れる「電流」の位相が基準になっている.

では, $S_{PV11}(Y_{ref})$ を電力波に対するSパラメータとして採用すれば, 電圧進行波に対するSパラメータとの非互換性は解消するのだろうか? 残念ながら, 答えはノーである. 今度は例としてオープンを考える. $S_{P11}(Z_{ref})=1$ であるから, 式(10)から $S_{PV11}(Y_{ref})=Z_{ref}/Z_{ref}^* \neq 1$ である. 結局, 位相の選び方によらず, 両者の食い違いを解消することはできない.

電力波の位相に任意性があるということは, 測定上も重大な意味を持つ.

3. 散乱行列

1ポートのSパラメータ(反射係数)について, 既にかなり詳しく考察した. これを2ポート以上の場合に拡張すると, 散乱行列(S行列)になる. ポートごとの基準インピーダンスを明示するために, Woods⁽⁷⁾による表記法を用いる(表1).

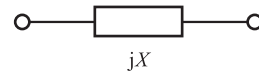


図4 直列リアクタンス

3.1 規格化進行波に対するS行列

ポート*i*に入る規格化進行波とポート*j*から出るそれは,

$$a_i(Z_{refi}) = \frac{\sqrt{\Re(Z_{refi})}}{|Z_{refi}|} \frac{V_i + Z_{refi}I_i}{2} \quad (\text{ポート } i), \quad (11)$$

$$b_j(Z_{refj}) = \frac{\sqrt{\Re(Z_{refj})}}{|Z_{refj}|} \frac{V_j - Z_{refj}I_j}{2} \quad (\text{ポート } j). \quad (12)$$

Sパラメータは

$$S_{ji}(Z_{refj}, Z_{refi}) = \frac{b_j(Z_{refj})}{a_i(Z_{refi})}, \quad (13)$$

S行列は

$$S_{(Z_{ref})} = \begin{bmatrix} \dots & & & & \\ \vdots & \ddots & & S_{ij}(Z_{refi}, Z_{refj}) & \\ & & \ddots & & \vdots \\ & S_{ji}(Z_{refj}, Z_{refi}) & & \ddots & \\ & & \dots & & \dots \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$Z_{ref} = \text{diag}(Z_{ref1}, Z_{ref2}, \dots). \quad (15)$$

Z_{ref} は基準インピーダンス行列である. S行列 $S_{(Z_{ref})}$ の対角成分が反射係数, 非対角成分が透過係数である.

前回, Z_{ref} が複素数の場合に受動1ポートの反射係数の絶対値が1を越える場合があることを見たが, 透過係数に関しても似たようなことが起こる. 例として, 図4の2ポートを考えてみよう. この2ポートのS行列は⁽²⁾

$$S_{(Z_{ref})} = \frac{1}{jX + 2Z_{ref}} \begin{bmatrix} jX & 2Z_{ref} \\ 2Z_{ref} & jX \end{bmatrix}. \quad (16)$$

(注1) 文献(6)の式(40)はマイナス記号が抜けており, 本稿式(8)の第二式が正しい.

したがって、

$$|S_{21(Z_{ref})}|^2 = \frac{4|Z_{ref}|^2}{X^2 + 4X\Im(Z_{ref}) + 4|Z_{ref}|^2}. \quad (17)$$

もし $X=1$, $Z_{ref}=e^{-i(\pi/4)}$ (前回の図7を参照) ならば

$$|S_{21(Z_{ref})}|^2 = \frac{4}{1^2 - 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 4 \cdot |1|^2} \approx 1.84 > 1. \quad (18)$$

もちろん、 $|S_{21(Z_{ref})}| > 1$ だからといって物理法則に反していることはない。 $|S_{11(Z_{ref})}|^2$ が電力に対する反射係数でないのと同様、式(18)は電力利得ではないからである。

3.2 電力波に対する S 行列

テブナン型信号源を想定したときの電力波は、

$$a_{pi(Z_{refi})} = \frac{V_i + Z_{refi} I_i}{2\sqrt{\Re(Z_{refi})}} \quad (\text{ポート } i), \quad (19)$$

$$b_{pj(Z_{refj})} = \frac{V_j - Z_{refj}^* I_j}{2\sqrt{\Re(Z_{refj})}} \quad (\text{ポート } j), \quad (20)$$

S_P パラメータは

$$S_{Pji(Z_{refj}, Z_{refi})} = \frac{b_{pj(Z_{refj})}}{a_{pi(Z_{refi})}}, \quad (21)$$

S_P 行列は

$$S_{P(Z_{ref})} = \begin{bmatrix} \cdots & & & \\ \vdots & \ddots & & \\ & S_{Pij(Z_{refi}, Z_{refj})} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \cdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (22)$$

である。式(21)は一般化 S パラメータ、式(22)は一般化 S 行列と呼ばれることもある。

図4の2ポートの S_P パラメータは、 $Z_{ref1}=Z_S$, $Z_{ref2}=Z_L$ とすると、

$$S_{P11(Z_S, Z_L)} = \frac{jX + Z_S + Z_L - 2\Re(Z_S)}{jX + Z_S + Z_L}, \quad (23)$$

$$S_{P21(Z_S, Z_L)} = S_{P12(Z_S, Z_L)} = \frac{2\sqrt{\Re(Z_S)}\sqrt{\Re(Z_L)}}{jX + Z_S + Z_L}, \quad (24)$$

$$S_{P22(Z_S, Z_L)} = \frac{jX + Z_S + Z_L - 2\Re(Z_L)}{jX + Z_S + Z_L}. \quad (25)$$

である⁽⁸⁾。

$$\sqrt{\Re(Z_S)\Re(Z_L)} \leq \frac{\Re(Z_S) + \Re(Z_L)}{2} \quad (26)$$

だから、式(24)から

$$|S_{P21(Z_S, Z_L)}| \leq 1 \quad (27)$$

が成り立つ。

基準インピーダンスが複素数の場合の散乱行列に言及している本のほとんどは、 S_P 行列しか取り上げていない(例えば文献(2), (8), (9))。しかしながら、 $S_{(Z_{ref})}$ が重要でないかといえば全くそんなことはない。ベクトルネットワークアナライザ(VNA)のキャリブレーションやディエンベディング(de-embedding)等、測定関係の定式化には必須である。キャリブレーションやディエンベディングのやり方によっては、測定基準面の基準インピーダンスが複素数になることがあり、 $S_{(Z_{ref})}$ は避けて通れない。とはいえ、いささか分かりにくく、またシミュレータや S パラメータのファイルフォーマットが複素基準インピーダンスに対応していないなどの実用上の不便もあり得る。そこで、基準インピーダンスを複素数値から 50Ω に変更して^{(10), (11)}扱った方がよい。

他方、 S_P が役に立つのは増幅器等の設計の場面だが、 S_P の利用は必須ではなく、 $S_{(50\Omega)}$ だけで通すことも可能である。 S_P には2. に述べた以外にもいろいろ特異な性質があるので、注意を要する。例えば、インピーダンス行列を Z として、 $Z \leftrightarrow S$ の変換式と $Z \leftrightarrow S_P$ の変換式は異なる。

電力波の特異性を示す一例として、次式で定義されるカスケード行列 $T_P^{(2), (8)}$ を考えよう(図5)。

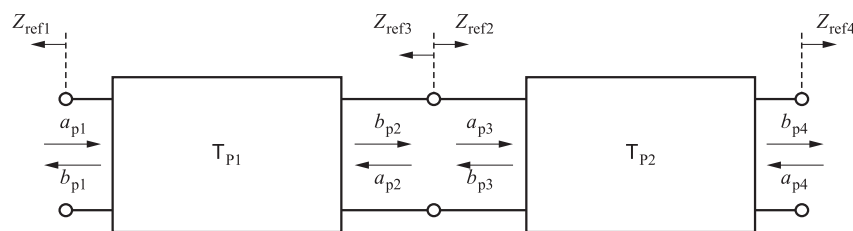


図5 縦続接続できるためには $b_{p2}=a_{p3}$, $a_{p2}=b_{p3}$ が成り立たなければならない

$$\begin{bmatrix} b_{p1} \\ a_{p1} \end{bmatrix} = T_P \begin{bmatrix} a_{p2} \\ b_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{P11} & T_{P12} \\ T_{P21} & T_{P22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{p2} \\ b_{p2} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

S_P の成分を使って書くと、

$$T_P = \frac{1}{S_{P21}} \begin{bmatrix} S_{P12}S_{P21} - S_{P11}S_{P22} & S_{P11} \\ -S_{P22} & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

である。図5のように縦続接続された二つの2ポートがあるときに

$$\begin{bmatrix} b_{p1} \\ a_{p1} \end{bmatrix} = T_{P1} \begin{bmatrix} a_{p2} \\ b_{p2} \end{bmatrix} = T_{P1} T_{P2} \begin{bmatrix} a_{p4} \\ b_{p4} \end{bmatrix} \quad (30)$$

が成り立つようにしたい。式(30)が成り立つためには、 $b_{p2} = a_{p3}$, $a_{p2} = b_{p3}$ でなければならない(図5)。接続面では $V_2 = V_3$, $I_2 = -I_3$ が成り立っているから、式(19)と式(20)から、 $Z_{ref2} = Z_{ref3}^*$ でなければならないことが示される。つまり、接続面の基準インピーダンスは互いに複素共役になっていなければ式(30)は成立しない⁽¹²⁾。これに対して規格化電圧進行波(11), (12)に対するカスケード行列は、接続面で基準インピーダンスが一致していればよい。

4. 測定される波とSパラメータ

これまで、主に理論的な側面から二系統のSパラメータ S_{ji} と S_{Pji} について論じてきたが、VNAで測定されるSパラメータはどちらなのだろうか？

現代のVNAは電圧の振幅と位相を測定してSパラメータを算出している。これは $S_{ji}(Z_{ref})$ である。電力測

定だけから複素反射係数を計算する方法もあるが、その場合も出てくるのは S_{Pji} ではなく S_{ji} と考えてよい。なぜなら、理論が Z_{ref} が実数であるとの仮定の下に定式化されているからで、これは電力波が規格化電圧進行波に一致する特殊ケースだ。

2. の最後で述べたとおり、電力波の位相には任意性があり、位相を測定で決めることはできない。 S_P 行列が欲しければ、測定されたS行列を元に(位相の決め方は適当に選んだ上で)計算で求めるしかない。

5. 増幅器の利得

S_P 行列は、増幅器設計を考える際に便利である。例として、多段増幅器中の一段について考えてみる(図6)。注目している増幅段の $S_{21(50\Omega)}$ は、当該段が 50Ω 終端されているときの利得であり、多段増幅器中で動作状態での利得とは異なる。多段増幅器中での特性を知りたいければ、変換器利得(transducer gain) G_T を見ればよい。2ポートの利得の定義はいろいろあるが、 G_T は図7に示すように信号源反射係数 Γ_S にも負荷反射係数 Γ_L にも依存する利得で、入出力での(50Ω ではなく Γ_S と Γ_L に対する)ミスマッチの影響を含む^(註2)。

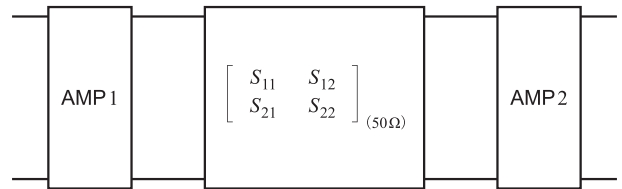


図6 多段増幅器中の一増幅段

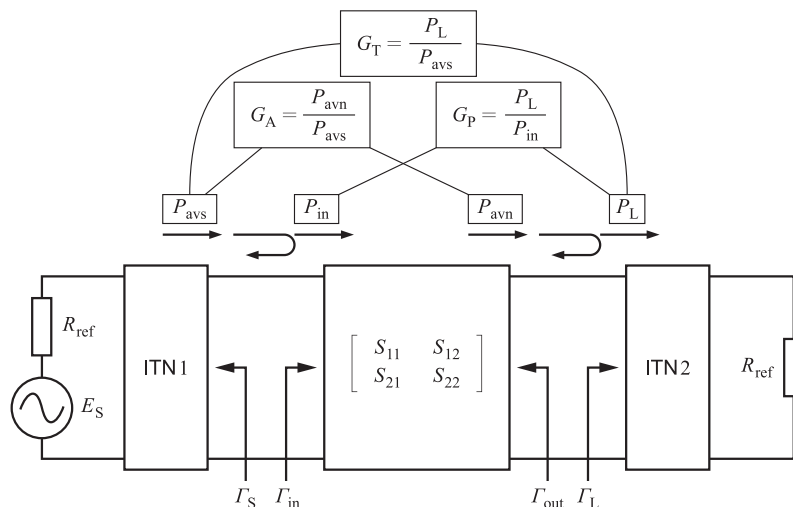


図7 2ポートの利得 $\Gamma_{in} = S_{11} + S_{12}\Gamma_L S_{21} / (1 - S_{22}\Gamma_L)$ は入力反射係数、 $\Gamma_{out} = S_{22} + S_{21}\Gamma_S S_{12} / (1 - S_{22}\Gamma_S)$ は出力反射係数、 P_{avn} : Power available from the network, ITN: impedance transforming network.

$$G_T(\Gamma_S, \Gamma_L) \equiv \frac{P_L}{P_{avs}} \quad (31)$$

$$= \frac{(1-|\Gamma_L|^2)(1-|\Gamma_S|^2)|S_{21}|^2}{|(1-S_{22}\Gamma_L)(1-S_{11}\Gamma_S)-S_{12}S_{21}\Gamma_S\Gamma_L|^2} \quad (32)$$

式(32)はかなり長い式だが、一般化Sパラメータを使って非常に簡潔に書くことができる。

$$G_T(\Gamma_S, \Gamma_L) = |S_{P21}(Z_S, Z_L)|^2 \quad (33)$$

導出は略すが、 S_P の意味を考えれば式(33)は明らかであろう。式(33)の方が式(32)よりも概念的に分かりやすいとすれば、 S_P を使う意味がある(が必須ではない)。

増幅器設計を全て手計算でやるのは難しく、プログラムを書いて何らかの最適化をするのは一般的である。そのような場合に、 S_P 行列を扱うライブラリ関数がそろってれば、プログラム中に長くて間違いやすい式(32)の代わりに式(33)と書けるのは、大きな利点である。

ちなみに Γ_S だけに依存する利得は可用利得(available gain) G_A 、 Γ_L だけに依存する利得は動作電力利得(operating gain または power gain) G_P であるが、これらも S_P で簡潔に表せる。

$$G_A(\Gamma_S) \equiv \frac{P_{avn}}{P_{avs}} = G_T(\Gamma_S, \Gamma_{out}^*) \quad (34)$$

$$= \frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-S_{11}\Gamma_S|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1-|\Gamma_{out}|^2} \quad (35)$$

$$= \frac{|S_{P21}(Z_S, Z_L)|^2}{1-|S_{P22}(Z_S, Z_L)|^2} = |S_{P21}(Z_S, Z_{out}^*)|^2 \quad (36)$$

$$G_P(\Gamma_L) \equiv \frac{P_L}{P_{in}} = G_T(\Gamma_{in}^*, \Gamma_L) \quad (37)$$

$$= \frac{1}{1-|\Gamma_{in}|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (38)$$

$$= \frac{|S_{P21}(Z_S, Z_L)|^2}{1-|S_{P11}(Z_S, Z_L)|^2} = |S_{P21}(Z_{in}^*, Z_L)|^2 \quad (39)$$

G_A は負荷側で、 G_P は信号源側で共役整合になっているときの G_T なので、 $G_T(\Gamma_S, \Gamma_L) \leq G_A(\Gamma_S)$ 、 $G_T(\Gamma_S, \Gamma_L) \leq G_P(\Gamma_L)$ が成り立つ。式(35)、(38)よりは式(36)、(39)の方が式の意味が分かりやすく、書くのも楽である。

2ポートが無条件安定なら入出力ポートで同時共役整

合が可能で、 G_T の最大値は G_{MA} (最大可用利得, maximum available gain) である。 G_{MA} は2ポートの属性なので、 Γ_S にも Γ_L にも依存しない。

$$G_{MA} \equiv G_T(\Gamma_{ci1}, \Gamma_{ci2}) = |S_{P21}(Z_{ci1}, Z_{ci2})|^2 \quad (40)$$

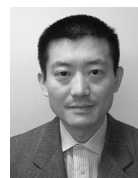
$Z_{cii} = (1 + \Gamma_{cii}) / (1 - \Gamma_{cii})$ ($i=1, 2$) は共役映像インピーダンス⁽¹³⁾で、 $\Gamma_{in} = \Gamma_{ci1}^*$ 、 $\Gamma_{out} = \Gamma_{ci2}^*$ が成り立つ。 Γ_{cii} の導出と表式は多くの教科書に書いてある(例えば文献(2)、(8)、(9))。

次回最終回は、測定の際の基準インピーダンスがどのような仕組みで定まるか考察する。

文 献

- (1) Principles of Microwave Circuits, C.G. Montgomery, R.H. Dicke, and E.M. Purcell, eds., Dover, 1965.
- (2) R.E. Collin, Foundations for Microwave Engineering, 2nd edition, Wiley-Interscience, 2001.
- (3) D.F. Williams and B.K. Alpert, "Causality and waveguide circuit theory," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 49, no. 4, pp. 615-623, April 2001.
- (4) J. Kretzschmar and D. Schoonaert, "Smith chart for lossy transmission lines," Proc. IEEE, vol. 57, no. 9, pp. 1658-1660, 1969.
- (5) K. Kurokawa, "Power waves and the scattering matrix," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 13, no. 2, pp. 194-202, 1965.
- (6) S. Amakawa, "Scattered reflections on scattering parameters—Demystifying complex-referenced S parameters—," IEICE Trans. Electron., vol. E99-C, no. 10, pp. 1100-1112, Oct. 2016.
- (7) D. Woods, "Multiport-network analysis by matrix renormalisation employing voltage-wave S-parameters with complex normalisation," Proc. IEE, vol. 124, no. 3, pp. 198-204, 1977.
- (8) R. Mavaddat, Network Scattering Parameters, World Scientific, 1996.
- (9) G. Gonzalez, Microwave Transistor Amplifiers, 2nd edition, Prentice Hall, 1996.
- (10) H. Dropkin, "Comments on 'A rigorous technique for measuring the scattering matrix of a multiport device with a two-port network analyzer,'" and reply by J.C. Tippet and R.A. Speciale, IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 31, no. 1, pp. 79-81, Jan. 1983.
- (11) R.B. Marks and D.F. Williams, "A general waveguide circuit theory," J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol., vol. 97, no. 5, pp. 533-562, 1992.
- (12) R.B. Marks and D.F. Williams, "Comments on 'Conversions between S, Z, Y, H, ABCD, and T parameters which are valid for complex source and load impedances,'" IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 43, no. 4, p. 914, 1995.
- (13) S. Roberts, "Conjugate-image impedances," Proc. IRE, vol. 34, no. 4, pp. 198-204, 1946.

(平成 28 年 11 月 28 日受付 平成 29 年 1 月 31 日最終受付)



あまかわ しゅうへい
天川 修平 (正員)

1995 東大・工・電子卒。2001 同大学院博士課程了。ケンブリッジ大, Silvaco Data Systems (Europe), 日本ケイデンス・デザイン・システムズ社, 東工大を経て, 2010 広島大准教授, 現在に至る。高周波集積回路の研究に従事。

(注2) 式(32)では下付きの⁽⁵⁰⁾⁽²⁾を全て省略した。