平成 13 年 7月 25 日

物理科学セミナー B (担当：田中)　期末試験

問 1. 関数 $x(t)$ に対する以下の微分方程式の一般解を求めよ。

(a) $x'' + 6x' + 10x = 0$

(b) $x'' + 2x' + x = 2t + 1$

(c) $x'' - 3x' + 2x = \cos t$

(d) $x''' + x'' - 2x' = 0$

問 2. 括弧内に与えられた初期条件のもとに以下の微分方程式を解け。

(a) $x' + t^2 x = 0 \quad (x(0) = 1)$

(b) $x'' + 2x = \sin t \quad (x(0) = 1, x'(0) = 0)$

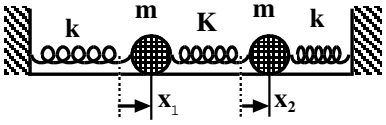
問 3. 以下の連立微分方程式の一般解を求めよ。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = x(t) + 3y(t) \\ \frac{d}{dt}y(t) = 2x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

問 4. 摩擦のない水平な面の上に下図のように x 軸にそって質量 m の 2 個の質点がバネ定数 K のバネで互いに連結され、さらに両側からバネ定数 k のバネで壁と連結されている。この 2 個の質点の x 軸方向の平衡位置からのずれをそれぞれ x_1、x_2 とするとき、

(a) ニュートン方程式を求めよ。(x 軸方向の運動のみを考える。)

(b) 規準振動を求めよ。また、それらはどのような運動に対応しているか？

(c) 初期条件を $t = 0$ で $x_1 = A$、$x_2 = 0$、$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$ とするとき、バネの運動を求めよ。

(d) 一般化座標を x_1、x_2 に取るとき、ラグランジアン $L(x_1, x_2, x_1', x_2')$ を求め、ラグランジュの運動方程式が、(a) で求めたニュートン方程式と一致することを示せ。さらに、一般化座標を $q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 + x_2)$、$q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 - x_2)$ と置くとき、ラグランジアン $L(q_1, q_2, q_1', q_2')$ を求めよ。