他 https://home.hiroshima-u.ac.jp/atoda/Electromagnetism/　　　2024年3月9日，2016/10/28

戸田昭彦

電磁波の発生と伝播

遠隔作用と近接作用

電荷間に作用する力は直接瞬時に伝わる(遠隔作用している)わけではない。電荷は周りの場の変動を起こし，その変動が有限の速さで伝わることで相互に力を及ぼしあう。このような作用を近接作用という。その様子は電荷の移動に遅れて追随する電気力線として表される。

(概念図)https://home.hiroshima-u.ac.jp/atoda/Figs/moving_force_line2.gif

振動と波動

ある一点が揺れ動く往復運動が振動であり，その振動が周囲の振動を引き起こし，次々と伝わっていく現象，すなわち，空間的にも時間的にも，場が振動する現象が波動である。そこで，電磁波を理解するためには，電場と磁場の振動の発生と伝播のメカニズムを理解する必要がある。

https://home.hiroshima-u.ac.jp/atoda/Figs/sindou-hadou.gif

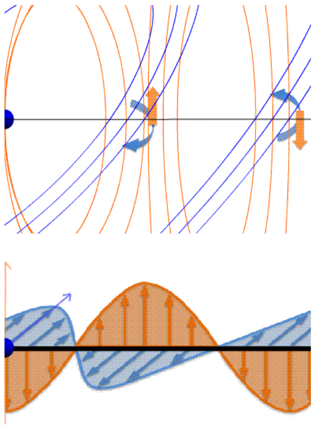
電場と磁場の同期した振動の発生

(高周波の)交流をアンテナに流す＝正負の電荷の往復運動

1．正負の電荷の往復運動に伴う電荷間の電気力線(電場の強弱)の振動

2．電荷の往復運動＝交流であり，交流電流に伴う磁力線(磁場の強弱)の振動

→ 電気力線，磁力線共に正負の電荷が交差する際に最大密度となる。
直交した電場(電気力線)と磁場(磁力線)が，位相を揃えて振動



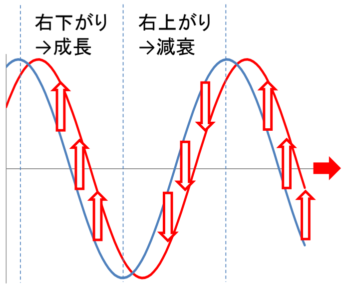
電場(電気力線) と 磁場(磁力線)

https://home.hiroshima-u.ac.jp/atoda/Figs/ElectromagneticWave10.gif

電磁波の伝播

どのようにして，互いに垂直な電場と磁場の振動が波として伝播するのか？

進行方向への場の勾配の正負が各点での場の時間変化(成長・減衰)を決めるとき，振動が波として伝播する。



直交した電場と磁場が，位相を揃えて，以下の機構で伝播する。

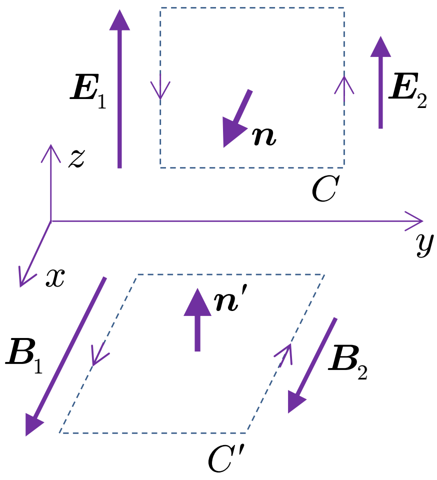
1. $y-z$ 面内の矩形の経路について，

$$\oint_C E_{\mathrm{t}} ds = E_2 \Delta z - E_1 \Delta z = (E_2 - E_1)\Delta z = \frac{\Delta E_z}{\Delta y}\Delta y \Delta z$$

　|| 　ファラデーの法則

$$-\iint_S \frac{\partial B_{\mathrm{n}}}{\partial t} dA = -\frac{\partial B_x}{\partial t}\iint_S dA = -\frac{\partial B_x}{\partial t}\Delta y \Delta z$$

$\therefore \dfrac{\partial B_x}{\partial t} = -\dfrac{\partial E_z}{\partial y}$　電場の勾配 $\dfrac{\partial E_z}{\partial y}$ が，磁場を変える。



2. $x-y$ 面内の矩形の経路について，

$$\oint_{C'} B_{\mathrm{t}} ds = -B_2 \Delta x + B_1 \Delta x = -(B_2 - B_1)\Delta x = -\frac{\Delta B_x}{\Delta y}\Delta x \Delta y$$

　|| 　マクスウェル－アンペールの法則

$$\mu_0 \varepsilon_0 \iint_{S'} \frac{\partial E_{\mathrm{n}}}{\partial t} dA = \mu_0 \varepsilon_0 \dot{E}_z \iint_{S'} dA = \mu_0 \varepsilon_0 \dot{E}_z \Delta x \Delta y$$

$\therefore \dfrac{\partial E_z}{\partial t} = -\dfrac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}\dfrac{\partial B_x}{\partial y}$　磁場の勾配 $\dfrac{\partial B_x}{\partial y}$ が，電場を変える。

https://home.hiroshima-u.ac.jp/atoda/Figs/ElectromagneticWave20.gif

電場と磁場の振動は位相が揃っており，進行方向への勾配が互いの時間変化をもたらし，位相を揃えて伝播する。（次項発展も参照）

　なお，静電場や静止した磁石がつくる磁場も空間的に変化しているが，これらの場は電位や磁位が定義できる保存力の場となるので，（閉じた経路で電荷や磁荷を一周させるとき仕事を要する）上記の類いの空間的変化を生じてはいない。すなわち，静止した電荷や磁石の周りには磁場や電場の時間的変化は生じない。

電場の勾配 $\Delta E/\Delta y$ は，電磁波の速さ V と電場の時間変動率 $\dot{E}$ の比で現される。
磁場の勾配についても同様。

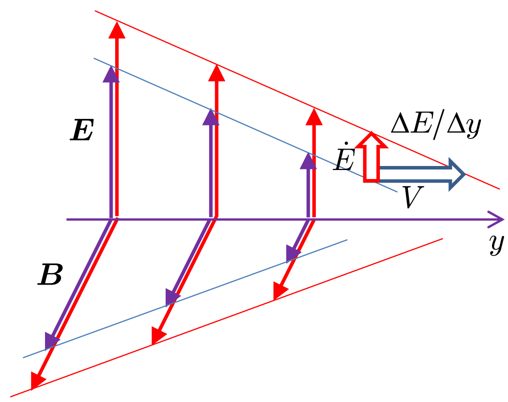
$$-\frac{\Delta E}{\Delta y} = \frac{\Delta E/\Delta t}{\Delta y/\Delta t} = \frac{\dot{E}}{V} \qquad -\frac{\Delta B}{\Delta y} = \frac{\dot{B}}{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{-\dot{E}}{(\Delta E/\Delta y)} = \frac{-\dot{B}}{(\Delta B/\Delta y)}$$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{\dot{E}}{(\Delta E/\Delta y)} \cdot \frac{\dot{B}}{(\Delta B/\Delta y)} = \frac{\dot{B}}{(\Delta E/\Delta y)} \cdot \frac{\dot{E}}{(\Delta B/\Delta y)}$$

$$= \frac{(\partial B/\partial t)}{(\partial E/\partial y)} \cdot \frac{(\partial E/\partial t)}{(\partial B/\partial y)} = 1 \cdot \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$$

$$\simeq (3\times 10^8 \mathrm{m/s})^2 = c^2$$



伝播速度 V = 光速度 c ：　光も電磁波の一種である。

発展: 波動方程式

$$\begin{cases} \dfrac{\partial B_x}{\partial t} = -\dfrac{\partial E_z}{\partial y} \\ \dfrac{\partial E_z}{\partial t} = -c^2 \dfrac{\partial B_x}{\partial y} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} \\ \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} \end{cases}$$

$$\because \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_z}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(-c^2 \frac{\partial B_z}{\partial y}\right) = -c^2 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t \partial y}$$

$$= -c^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial B_z}{\partial t}\right) = -c^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial E_z}{\partial y}\right) = c^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B_z}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial E_z}{\partial y}\right) = -\frac{\partial^2 E_z}{\partial t \partial y}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial E_z}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial y}\left(-c^2 \frac{\partial B_x}{\partial y}\right) = c^2 \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2}$$

波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

一般解

$$u(y,t) = f(Vt+y) + g(Vt-y)$$

$$s \equiv Vt + y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 f(s)}{\partial s^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

例:平面波

$$u = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(Vt - y)\right]$$

$$\begin{cases} E_z = A \sin\left[\dfrac{2\pi}{\lambda}(ct - y)\right] \\ B_x = B \sin\left[\dfrac{2\pi}{\lambda}(ct - y) + \phi\right] \end{cases}$$ として,

$\dfrac{\partial B_x}{\partial t} = -\dfrac{\partial E_z}{\partial y}$ より,

振幅比 $A/B = c$

位相差 $\phi = 0$