

(参考7)カルノーサイクルの行う仕事

(参考) <https://home.hiroshima-u.ac.jp/atoda/Figs/carnotD2.gif>

カルノーサイクルで行われる膨張・圧縮時の準静的な圧力変化を、図1のように、ピストン上に微小な(無限小の)錘を多数載せておき、個々の錘を水平方向へ出し入れすることで行う。このとき次式のように、圧力 p は錘の重量 $\sum m_i$ に、気体の体積 V は錘(ピストン)の高さ h に対応する。

$$p = [\sum m_i g + (\text{ピストン重量} + \text{大気圧分})_0] / A, \quad V = A(h - h_0)$$

ただし、 A は容器とピストンの断面積。

そこで図2の $p-V$ 図の $x-y$ 軸を入れ替えて図3のようにすると、経路に沿った個々の錘の出入りに伴うピストンの高さ変化を表す図となる。以下では下図のように、等温・断熱、膨張・圧縮変化の経路を直線で近似する。

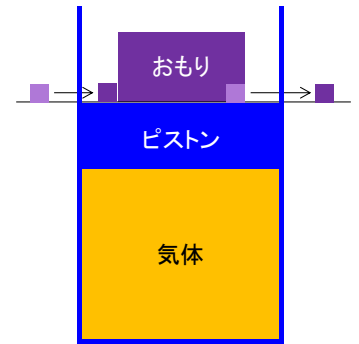


図1

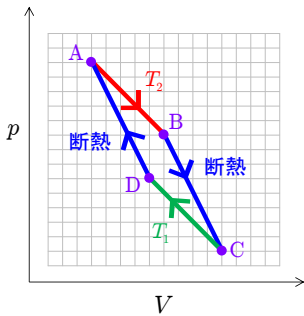


図2

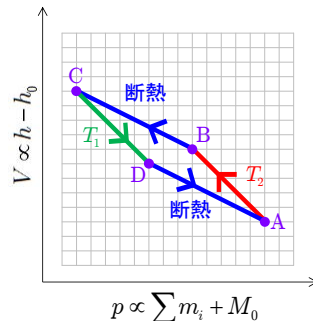


図3

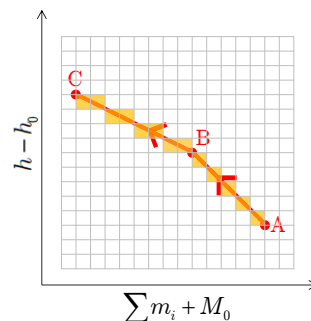


図4

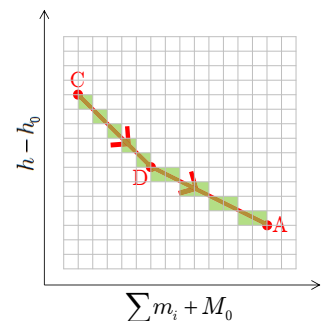
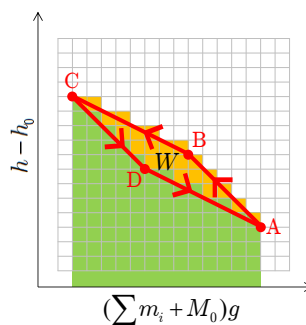
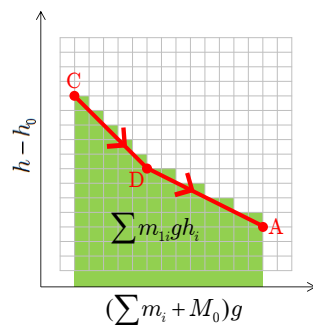
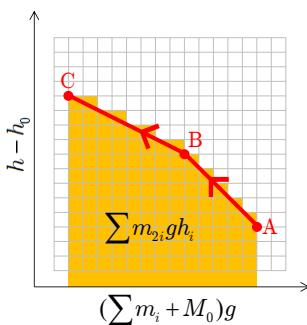


図5

先ず、 $A \rightarrow B \rightarrow C$ の膨張過程は、図4の個々の黄色ブロックに相当する錘をピストン上から外すことで圧力が減少し、ピストンが上昇する変化を表す。次に、 $C \rightarrow D \rightarrow A$ の圧縮過程は、図5の個々の緑色ブロックに相当する錘をピストン上に置くことで圧力が増加し、ピストンが下降する変化となる。両過程を比べると、上昇時には高所での出(減量)が多く、下降時には低所での入(増量)が多くなり、おもり全体の平均高さを持ち上げるポンプの役割を果たしていることが分かる。

移動した個々の錘の位置エネルギーの総和をとると、1サイクル後の位置エネルギー上昇分は、無限小変化の極限で、下図のように経路に囲まれた面積に相当し、サイクルの行う仕事に等しい。



$$\begin{aligned} W &= \sum (m_{2i}g)h_i - \sum (m_{1i}g)h_i \\ &\rightarrow - \int_{m_i \rightarrow 0} (Adp)h - \int_{CDA} (Adp)h \\ &= - \oint V dp = - \oint p dV \end{aligned}$$

なお、平衡状態間を遷移する準静的過程では、微小な(無限小の)錘の出入りにより減圧(加圧)された気体は必ず自発的に膨張(収縮)する。そこで、等温下で圧力を低下させた際にも自発的に体積増加するが、内部エネルギーが温度のみで決まる理想気体が、等温に保持されたまま、すなわち内部エネルギーを使わずに外への仕事を行う体積増加をする際には、第一法則により、等温熱源からの温度差なしでの伝熱によるエネルギー移動が自発的に生じていることになる。