

微分積分通論 (担当: 藤井) レポート問題 (2011/06/09)

- 以下の全ての問題に答えること.
- 他人のレポートを丸写しすることは一切認めない. 丸写しと判断されたものに関してはレポート点を与えない.
- A4 サイズのレポート用紙に書いて提出すること. また, 表紙を別途作成し, 題 (微分積分通論レポート) および学生番号と氏名を書いておくこと. この体裁が守られていないものに関してはレポート点を与えない.
- 6月23日の授業終了時まで提出すること. 提出期限が守られなかったものに関してはレポート点を与えない. 期限までであれば, 研究室に直接持ってきて構わない.

1 以下の一般項で定義される数列の収束・発散を答えよ. 収束する場合はその極限も答えよ.

$$(1) a_n = \frac{2n}{n+1}$$

$$(2) a_n = \frac{7^n}{3^n + 5^n}$$

2 以下の関数が $x=0$ で連続であるかどうかを答えよ.

$$(1) f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x$$

$$(2) f(x) = \frac{3 \tan 4x}{2 \sin 5x}$$

$$(3) f(x) = [\cos x] \quad ([] \text{ はガウス記号})$$

3 以下の関数が $x=0$ で微分可能であるかどうか答えよ.

$$(1) f(x) = |x|(x+2)$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + x & (x < 0) \\ \sin x & (x \geq 0) \end{cases}$$

4 以下の関数の導関数を答えよ.

$$(1) f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x$$

$$(2) f(x) = x \sin x$$

$$(3) f(x) = \tan x$$

5 授業では §1 と §2 にはサブタイトルのような形で内容を一言でまとめた (下表参照). §3, §4, §5 に関して, 内容を同様に一言でまとめよ.

| | | |
|----|------------|------------|
| §1 | 数列の極限 | 無限を扱うのは大変 |
| §2 | 等比級数 | 無限個の足し算も大変 |
| §3 | 関数の極限 | |
| §4 | 連続関数 | |
| §5 | 平均変化率と微分係数 | |

6 「“数列 $\{a_n\}$ が a に収束する”ことを厳密に扱うには, “ ε - N 論法”を用いる」と授業中に説明した. 実は, 発散することも ε - N 論法を用いて記述することが出来る. ε - N 論法を用いた, “数列 $\{a_n\}$ が正の方向に発散する” (つまり, “ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ ”) ことの定義を調べて書け. ただし, 出典を明らかにすること.

7 「“関数 $y = f(x)$ が $x = a$ で連続である”ことを厳密に扱うには, “ ε - δ 論法”を用いる」と授業中に説明した. ε - δ 論法を用いた, “関数 $y = f(x)$ が $x = a$ で連続である”ことの定義を調べて書け. ただし, 出典を明らかにすること.

注意 参考文献の書き方は以下の通り:
著者名, 『著書名』, 出版社名, 出版年 (出来れば最新のもの).