

補充問題 (2011/10/20)

53 表現行列が $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ である線型変換 f による直線 $y = x$ の像を求めよ.

54 原点の周りに $\frac{\pi}{2}$ だけ回転させる線型変換を f とするとき, 以下の直線の f による像を求めよ.

(1) $y = 3x + 1$

(2) $x + y = 2$

55 平面上の変換 f の表現行列が

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

のとき, 次の直線の f による像を求めよ.

(1) $y = x - 1$

(2) $y = -x + 1$

56 f が平面上の線型変換であるとき, 任意の平面ベクトル p, q と任意の実数 a, b について次の等式が成り立つことを証明せよ:

$$f(ap + bq) = af(p) + bf(q).$$

(注意: 上の等式は一般の線型変換で成り立つ. 上の等式で線型性を定義することもある.)

57 表現行列が $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ である線型変換 f によって, 自分自身に移る点はどのような図形上にあるか答えよ.

58 (やや難) 平面上の線型変換 f によって ${}^t(1 \ 1)$ は自分自身に移り, x 軸に平行なベクトルは元のベクトルに平行なベクトルに移り, 直線 $y = 2x$ に平行なベクトルは元のベクトルに垂直なベクトルに移るとする. このとき, f の表現行列を求めよ.