

補充問題 (2012/02/02)

77 以下の行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

について、以下の問題に答えよ.

- (1) A の固有方程式を求めよ (式の展開をすること).
- (2) $A - 2E$ を計算せよ.

注意. 多項式 $x - 2$ を A の最小多項式という.

78 2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

のとき, $P = A^3 + 2A^2 - 3A - 8E$ を求めよ.

79 2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x \end{pmatrix}$$

について $A^2 - 6A + 11E = \mathbf{0}$ が成り立つような実数の組 (x, y) を全て求めよ.

80 2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}$$

について以下の問題に答えよ.

- (1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (2) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正方行列 P を求め, $P^{-1}AP$ を計算せよ.
- (3) 自然数 n について A^n を計算せよ.
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ を計算せよ. ただし, 行列の極限は各成分の極限を成分とする行列である.