

数学 6 (M・I 科) 後期中間試験 (担当: 藤井 忍) (1 枚目)

2010 年 12 月 9 日実施

科 番号 氏名

以下の全ての問題に計算過程も書いて答えること。

問題 1. 以下の変換が線型変換であるなら、解答枠の左側に○を書き、右側にその表現行列を書け。線型変換でなければ、解答枠の左側に×を書き、右側にその理由を簡単に書け。

$$(1) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x + \sqrt{2}y \\ \sqrt{3}x - y \end{pmatrix}$$

--	--

$$(2) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x^2 \\ y^3 \end{pmatrix}$$

--	--

$$(3) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x + y - 1 \\ 4x - y + 2 \end{pmatrix}$$

--	--

$$(4) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

--	--

問題 2.  $f, g$  を平面上の線型変換とすると、その合成  $g \circ f$  は線型変換であることを証明せよ。

問題 3. 以下の問題に答えよ。

(1) 平面上の原点を中心とした、角度  $\theta$  の回転を表す線型変換の表現行列を答えよ。

(2) 平面上の原点を中心とした、角度  $\frac{\pi}{6}$  の回転を表す線型変換を  $f$  とするとき、 $f$  を 30 回続けて行う線型変換の表現行列を答えよ。

問題 4. 平面上の 2 点  $(1, -1), (2, 1)$  をそれぞれ点  $(2, 3), (-1, 0)$  に移す線型変換の表現行列を求めよ。

問題 5. 線型変換  $f$  の表現行列を  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$  とするとき、以下の問題に答えよ。

(1) 直線  $y = -\frac{3}{2}x$  の  $f$  による像を求めよ。

(2)  $x$  軸に関する線対称移動を  $g$  とする。  $f$  で移してから  $g$  で移すと直線  $y = -3x$  に移る図形はどのような図形か求めよ。

数学 6 (M・I 科) 後期中間試験 (担当: 藤井 忍) (2 枚目)  
2010 年 12 月 9 日実施

科 番号 氏名

以下の全ての問題に計算過程も書いて答えること。

問題 6. 2 次正方行列  $A$  について以下の問題に答えよ。

(1) 「 $A$  が直交行列である」ことの定義を書け。

(2) 平面上の原点を中心とした、角度  $\theta$  の回転の表現行列が直交行列であることを証明せよ。

(3) 直交行列  $A$  の行列式の値は  $\pm 1$  であることを証明せよ。

問題 7. 2 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

について以下の問題に答えよ。

(1)  $A$  の固有方程式を答えよ。

(2)  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。

問題 8. 平面上の線型変換  $f$  を

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} 3x - y \\ 2x \end{pmatrix}$$

と定義する。このとき以下の問題に答えよ。

(1)  $f$  の表現行列  $A$  を答えよ。

(2)  $A$  の固有方程式を答えよ。

(3)  $A$  の固有値を求めよ。

(4)  $A$  の固有ベクトルを求めよ。

(5)  $P^{-1}AP$  が対角行列となるような正方行列  $P$  を求めよ。さらに  $P^{-1}AP$  を求めよ。