

数学 6 夏休み課題プリント 3 (出題: 2011/08/03, 提出: 後期最初の授業)

計算過程を書いておくこと!

1 2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ について, $A^n = \begin{pmatrix} \cos n\theta & -\sin n\theta \\ \sin n\theta & \cos n\theta \end{pmatrix}$ が成り立つことを証明せよ. ただし, n は 0 以上の任意の整数である. (ヒント: n に関して数学的帰納法を使え.)

2 A が 3 次交代行列, つまり A は ${}^tA = -A$ を満たす 3 次正方行列のとき, $|A|$ を求めよ.

3 n 次正方行列 A の余因子行列を \tilde{A} と表わすとき, $|\tilde{A}| = |A|^{n-1}$ が成り立つことを証明せよ.

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & -1 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ について, 以下の問題に答えよ.

(1) A の行列式を計算せよ.

(2) A の逆行列の成分が全て整数であるような定数 a の値を求めよ.