

計算過程を書いておくこと!

1 以下の変換が線型変換であるなら, 解答枠の左側に○を書き, 右側にその表現行列を書け. 線型変換でなければ, 解答枠の左側に×を書き, 右側にその理由を簡単に書け.

$$(1) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x - 2y + 3z \\ -\sqrt{3}x + 4y - z \\ 5x - \sqrt{6}y + \sqrt{7}z \end{pmatrix}$$

--	--

$$(3) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}$$

--	--

$$(2) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} xyz \\ x^2 + y^2 - z^2 \\ x^3 - z^3 \end{pmatrix}$$

--	--

$$(4) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x + 1 \\ 3y + 2 \\ y + z - 2 \end{pmatrix}$$

--	--

2 以下に挙げる 3 次正方行列 A が直交行列となるように a, b, c の値を定めよ.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & a & b \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & b & c \end{pmatrix}$$

3 z 軸に関して $\frac{\pi}{4}$ 回転させる線型変換 f による以下の図形の像をそれぞれ計算せよ.

(1) 直線 $\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{y}{3\sqrt{2}} = \frac{z}{1}$

(2) 平面 $x + y + z = 1$

4 表現行列が

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

である空間上の線型変換 f による像が一点 $(4, 1, -5)$ であるような点を全て求めよ.