

演習問題 (線形代数学 I : 2011/05/02)

学生番号:

氏名:

1 以下を計算せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 17 \\ 2 & 7 & 9 \\ -1 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

答.

$$(2) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 \\ 14 \end{pmatrix}$$

答.

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$11$$

答.

$$(4) \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 10 & 15 & -5 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

答.

(注)

2 $X = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問題に答えよ。

(1) X の対称部分 S を求めよ. $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = X$

$$S = \frac{1}{2}(X + {}^tX) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = X$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

答.

(2) X の交代部分 A を求めよ. $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$

$$A = \frac{1}{2}(X - {}^tX) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

答.

(3) $SA - AS$ を計算せよ.

$$SA - AS = X \cdot 0 - 0 \cdot X = 0 - 0 = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

答.

3 $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ について以下の問題に答えよ.

(1) ${}^t(XY)$ を求めよ.

$$XY = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -4 \\ 4 & -2 & 9 \end{pmatrix}$$

$${}^t(XY) = {}^t \begin{pmatrix} -1 & 4 & -4 \\ 4 & -2 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & -2 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & -2 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$$

答.

(2) ${}^tY{}^tX$ を求めよ.

$${}^tY = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, {}^tX = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$${}^tY{}^tX = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & -2 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & -2 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$$

答.

5月2日分の演習問題で、問題を間違えていました。本来は次のような問題でした。

2 $X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問題に答えよ。

- (1) X の対称部分 S を求めよ。
- (2) X の交代部分 A を求めよ。
- (3) $SA - AS$ を計算せよ。

お詫びして訂正いたします。