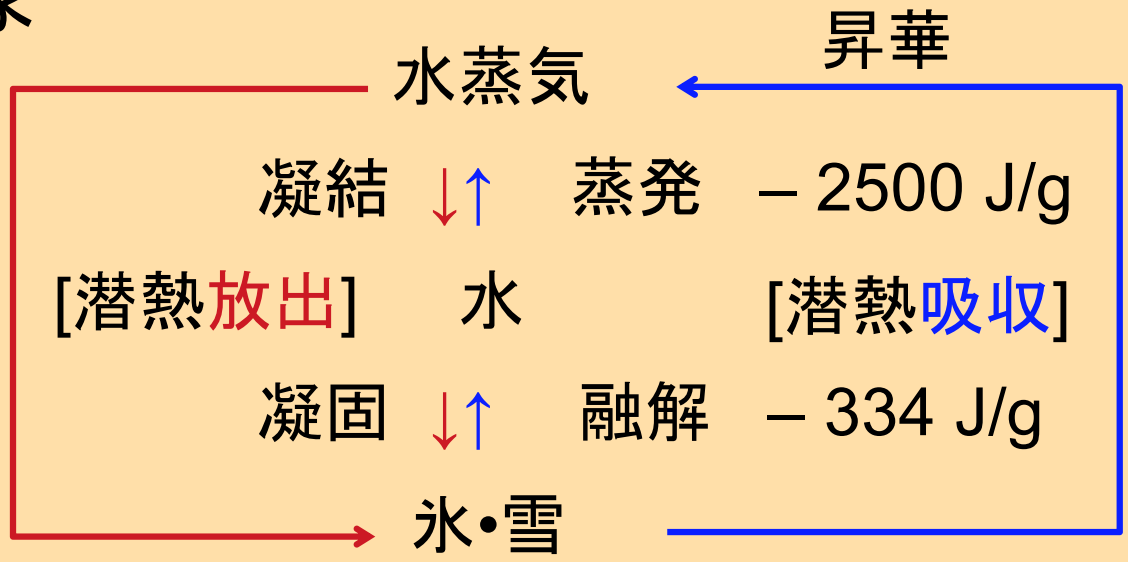
Part 3. 大気の現象論

3-1. 蒸発と凝結現象

水の３態と相変化

(相)



蒸発や凝結の指標: 水蒸気圧

p: 空気中の水蒸気圧 (水蒸気の分圧 ∝ 水蒸気量)

p_e: 飽和水蒸気圧 (水と平衡状態にある空間中の水蒸気圧)

- $p < p_e$ (未飽和) なら蒸発，$p > p_e$ (過飽和) なら凝結。

$p_e = p_e(T)$: 環境の温度(T)だけで決まる。

水蒸気圧の測り方 (原理)　　(板書メモ)

デシケーター
(底に乾燥剤)

空気圧 (全圧) p_{air} を測る

$$p_{air} = p_{N2} + p_{O2} + p + \cdots$$

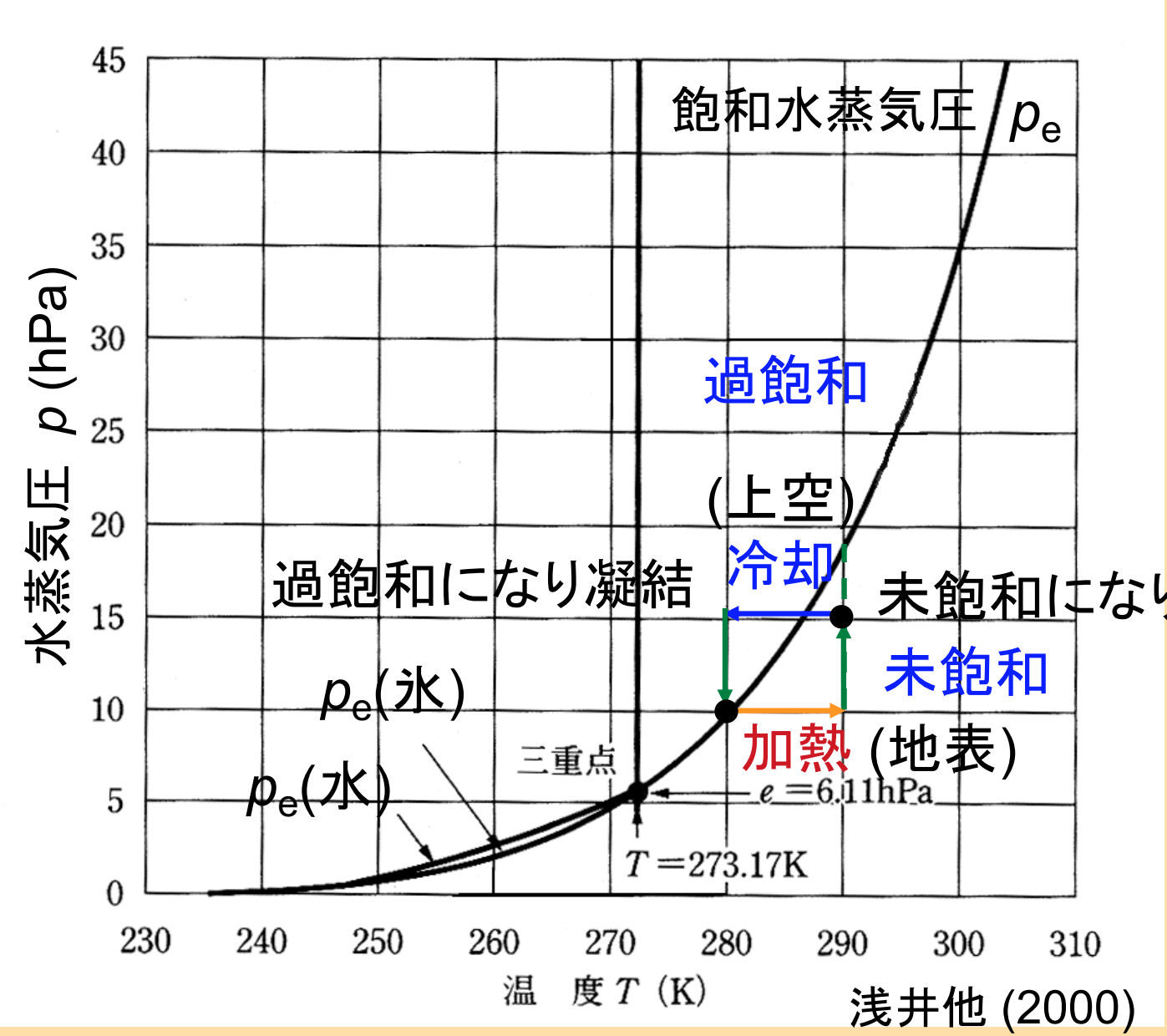
デシケーターの栓を閉め，乾燥後の空気圧 p_{dry} を測る

$$p_{dry} = p_{N2} + p_{O2} + \cdots$$

$$p = p_{air} - p_{dry}$$

Hisashi Ozawa, Hiroshima Univ.

飽和水蒸気圧の温度依存性: $p_e(T)$



浅井他 (2000)

$p_e = p_0 e^{-L_v/kT}$

k: ボルツマン定数

L_v: 蒸発潜熱
(1分子当たり)

[Clausius–Clapeyronの式]

$$\Delta\mu_w = \Delta\mu_v$$

$$\Delta\mu = \partial\mu/\partial T\,\Delta T + \partial\mu/\partial p\,\Delta p$$
$$\Delta p/\Delta T = L/(Tv_v) \quad \ldots$$

⇒ 熱の輸送と水の輸送が促進

過飽和度や湿度と水蒸気圧の関係

- 過飽和度: 飽和水蒸気圧に対する水蒸気圧差の比 (過剰度)

$$\sigma \equiv \frac{p - p_e}{p_e}$$

p: 水蒸気圧

p_e: 飽和水蒸気圧

- 相対湿度: 飽和水蒸気圧に対する水蒸気圧の比 (百分率)

$$r_h \equiv \frac{p}{p_e} \times 100\ (\%) \qquad (r_h = (1 + \sigma) \times 100)$$

- 絶対湿度: 単位体積の空気中の水蒸気の質量 (kg/m^3)

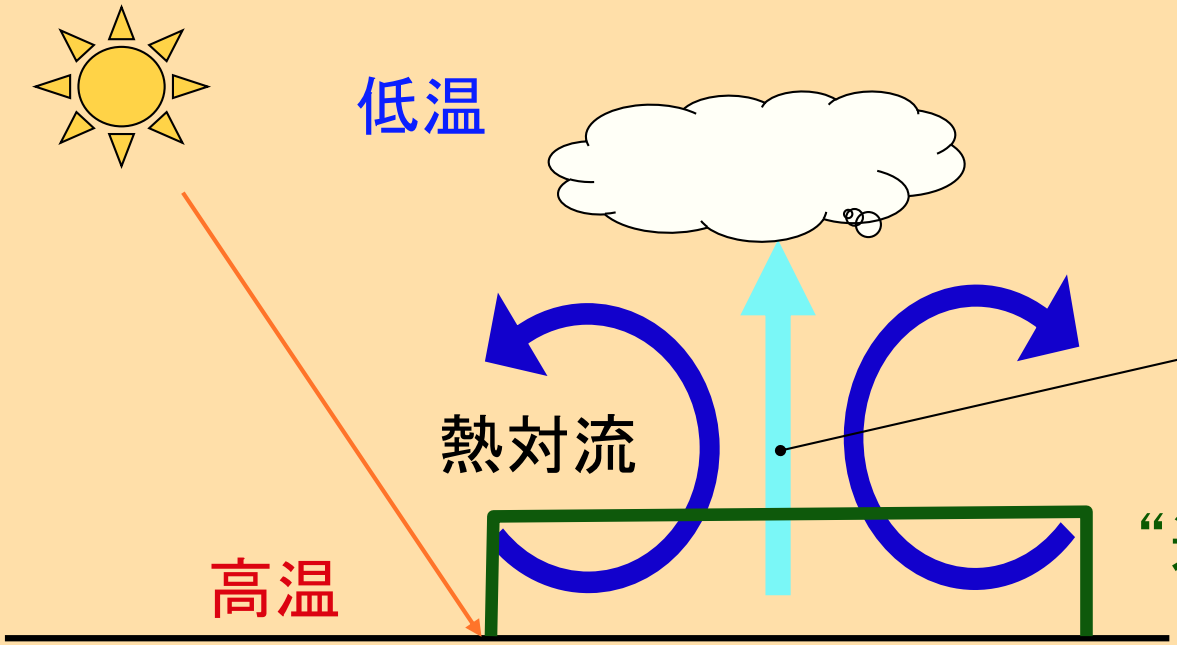
$$A \equiv \frac{m}{V} = 0.00217\ \frac{p}{T}$$

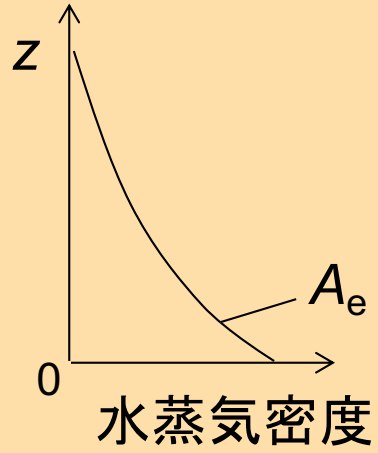
T: 絶対温度

[状態方程式: $pV = m/M\ RT$ より $m/V = (M/R)\ p/T$]

Hisashi Ozawa, Hiroshima Univ.

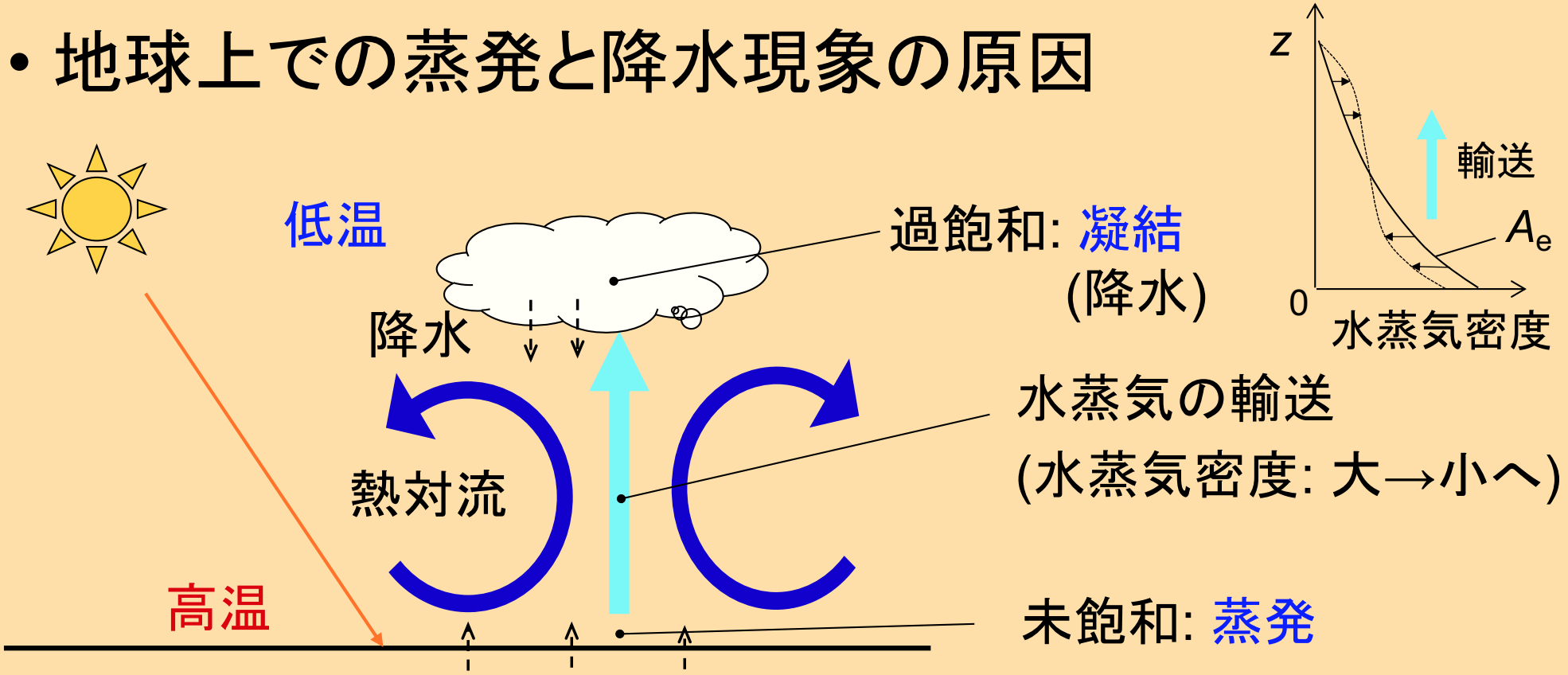
- 地球上での蒸発と降水現象の原因





水蒸気の輸送
(水蒸気密度: 大→小へ)

• 地球上での蒸発と降水現象の原因



熱対流による水蒸気の輸送によって地表で未飽和，上空で過飽和になり，蒸発と凝結がおきる。

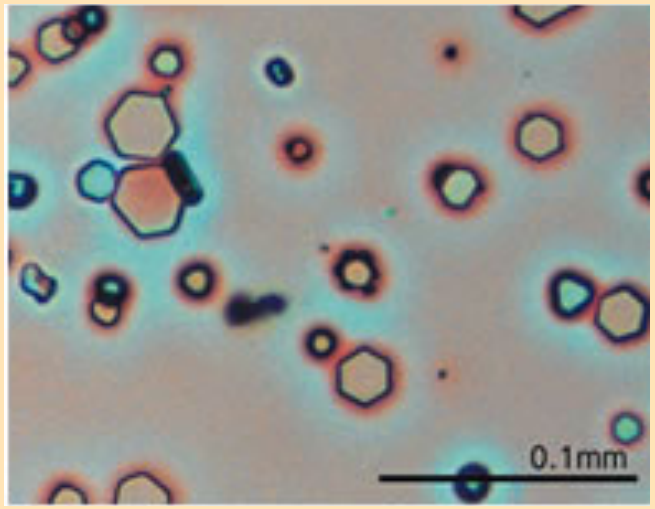
⇒ 水循環の原因: 太陽放射による地表の加熱と上空での長波放射による冷却と，それに伴う熱対流。

補足: 雪の成長

微小水滴 (雲粒) は，–10 °C位までは過冷却状態でも液体の状態を保つ。しかし，–20 °C以下になると粘土鉱物等の塵 (氷晶核) による核生成がおきて氷の結晶 (氷晶) に変化する。

–30 °C以下では，清浄な条件でも核生成がおきる。

(ダイヤモンドダスト)

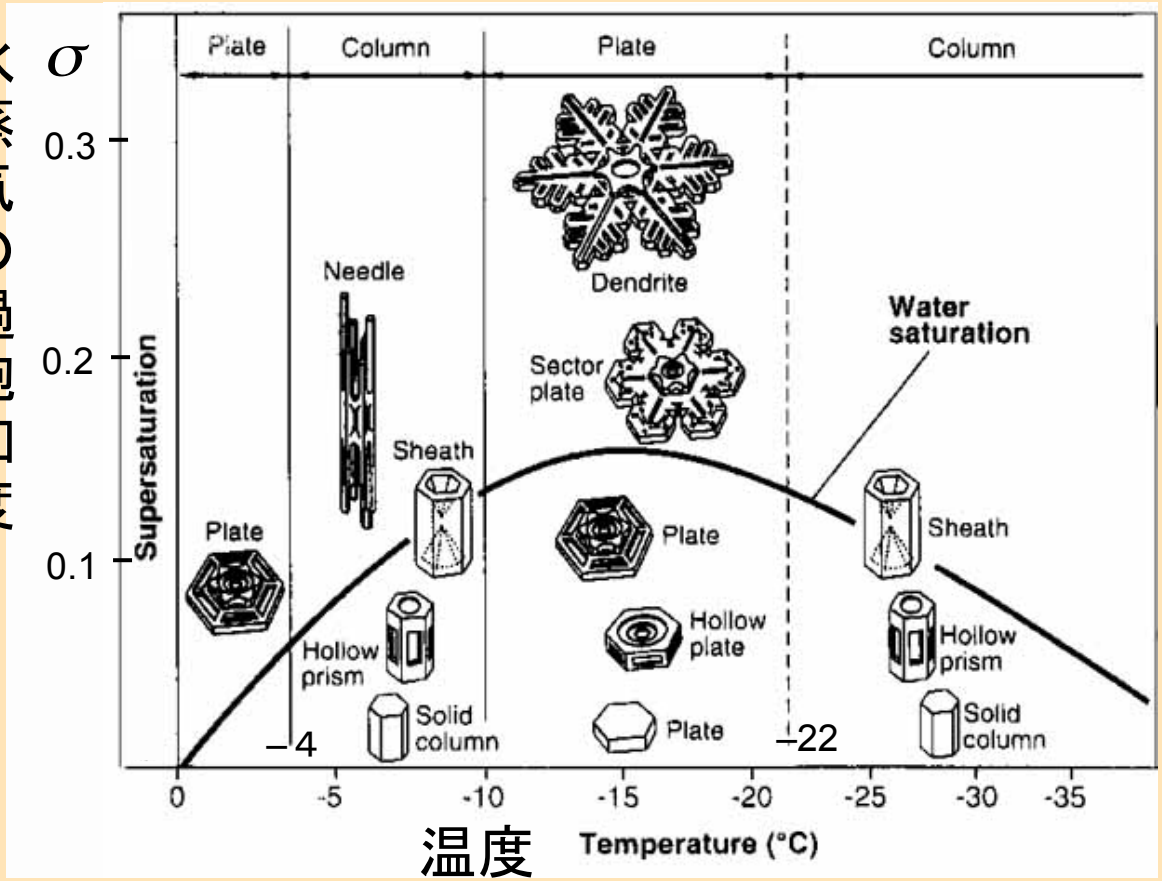


$r \approx 1 \sim 50\ \mu m$

(山下 晃氏撮影)

補足: 雪結晶の成長過程

氷晶は，環境の条件 (温度と過飽和度) に応じて様々な形の雪結晶へと成長する。



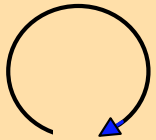
中谷の雪結晶のダイヤグラム

Nakaya et al. (1938, 1954)

地上に降った雪の形から上空の気象状態がわかる。

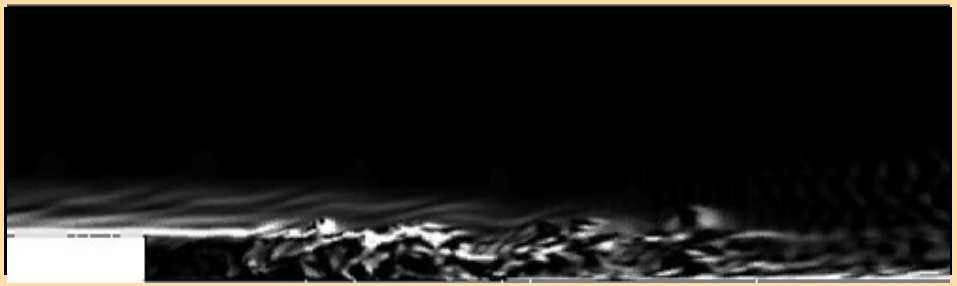
“雪は天から送られた手紙”

3-2. 乱流現象と輸送特性



乱流: 速度差の大きい流体中に見られる不規則な流れ。

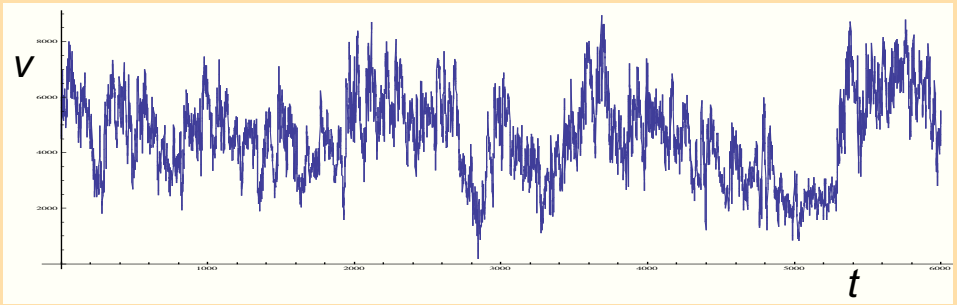
⇔ 層流　　(大小の渦運動を含んだ複雑な流れ)



Wu et al., Stanford Univ.

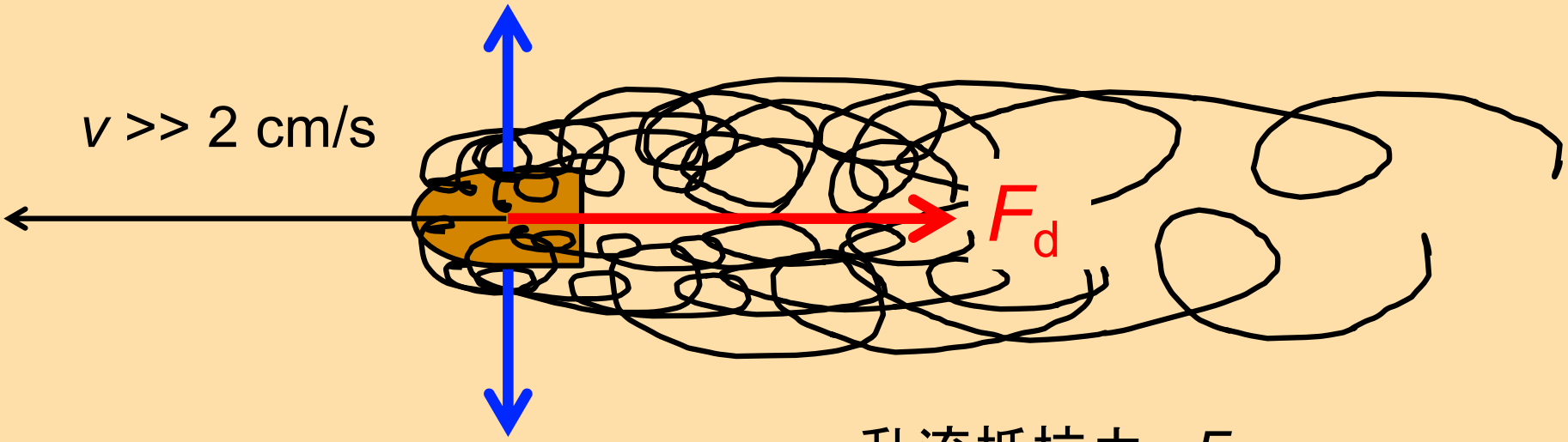
乱流の特徴

- 熱や運動量の速い輸送
- 運動エネルギーの速い散逸 (熱への変換)
- 速度の不規則な時空間変動
- 強い「非線形性」



⇒ 運動方程式が解析的に解けない (Part 2-1)。

砲弾の周りの乱流と乱流抵抗力　(板書メモ)



渦による
運動量の輸送

乱流抵抗力：F_d

$$F = m\,a = m\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(m\,v)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{v \bullet v/L}{\nu\, v/L^2} = \frac{v\,L}{\nu}$$

運動方程式とレイノルズ数 [乱流の度合いを表す指標]

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = \underbrace{-(\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{grad})\,\boldsymbol{v}}_{\text{非線形 (移流) 項}} + \boldsymbol{X} - \frac{1}{\rho}\,\mathrm{grad}\,p + \underbrace{\nu\,\triangle \boldsymbol{v}}_{\text{粘性項}}$$

[乱流をつくり出す効果]　　[乱流をおさえる効果]

Reynolds 数: 粘性項に対する非線形項の比　　Reynolds (1883)

$$\mathrm{Re} \equiv \frac{\text{非線形項}}{\text{粘性項}} = \frac{v\,L}{\nu}$$

v : 標準の速度差
L : 標準の長さ
ν : 動粘性係数　($\nu = \mu/\rho$)

$\mathrm{Re} < \mathrm{Re}^*$ ⇒ 層流 (解ける)

$\mathrm{Re} \geq \mathrm{Re}^*$ ⇒ 乱流 (解けない)

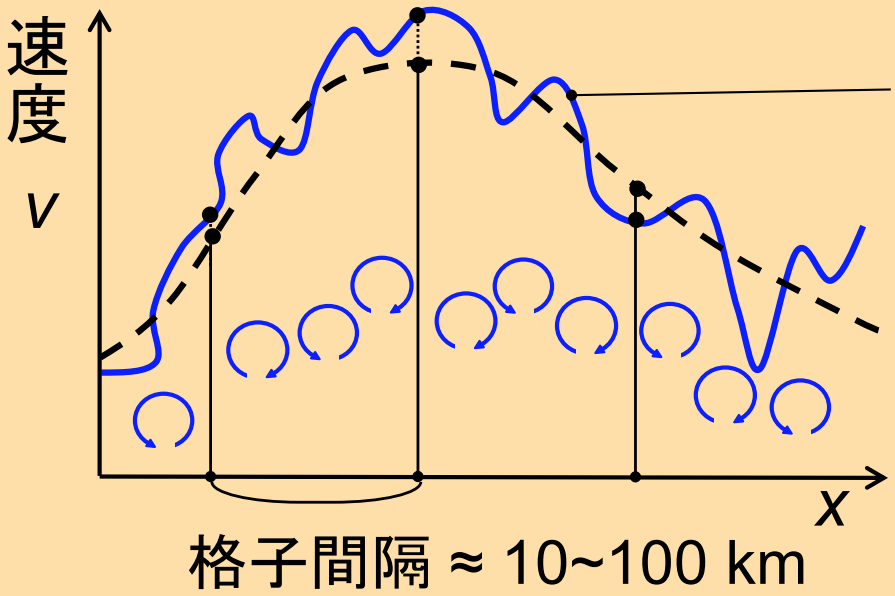
臨界値: $\mathrm{Re}^* \approx 10 \sim 10^3$

- 大気や海洋の運動: $\mathrm{Re} \approx 10^8 \sim 10^9$ ⇒ 完全な乱流状態 (解けない)

[$\nu_{\mathrm{air}} \approx 10^{-5}$; $\nu_{\mathrm{water}} \approx 10^{-6}$ (m^2/s)]

大気や海洋の流れを数値的に解く場合の問題点

計算する格子間隔のスケールで速度を平均化 (近似)



実際の速度分布 $\boldsymbol{v}$
(数mmのスケールまで凸凹)

格子間隔のスケールで平均化された速度分布 $\bar{\boldsymbol{v}}$

1/10~1/100

ある場所での実際の速度: $\boldsymbol{v} = \bar{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}'$ $\quad (\boldsymbol{v}' << \bar{\boldsymbol{v}})$

格子間隔のスケールでの平均速度　乱流の渦による乱れ速度

この$\bar{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}'$を流体の運動方程式に入れて格子間隔で平均すると,

$$\left(\overline{\boldsymbol{v}'} = 0\right)$$

Hisashi Ozawa, Hiroshima Univ.

平均化された運動方程式

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}}{\partial t} = -\left(\bar{\boldsymbol{v}} \bullet \mathrm{grad}\right)\bar{\boldsymbol{v}} - \overline{\left(\boldsymbol{v}' \bullet \mathrm{grad}\right)\boldsymbol{v}'} - \frac{1}{\rho}\mathrm{grad}\ \bar{p} + \nu \triangle \bar{\boldsymbol{v}}$$

小さい乱れ速度による力: Reynolds応力

乱流の相似則 ($\varepsilon \approx v_\lambda^3/\lambda$) ⇒ 第2項 ≈ 第1項 × $(\bar{\boldsymbol{v}}/\boldsymbol{v}')$ ≈ 10~100

⇒ ある格子スケールの平均速度の時間変化を計算するには，その格子スケールより小さいスケールの乱れ速度 ($\boldsymbol{v}'$) を求める必要がある。

この小さいスケールの乱れ速度による効果を求める為に，格子間隔をさらに細かくすると，その細かい格子間隔よりさらに小さいスケールの乱れ速度 ($\boldsymbol{v}''$) を求める必要が生じる。 ($\boldsymbol{v} = \bar{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}'' + \ \ldots$)

⇒ 最小の渦 (数mmの粘性スケール) まで。

[乱流のクロージャー問題]

乱流のクロージャー(終結) 問題:

格子間隔を最小の渦のスケールまで細かくしないと，大きなスケールのの流れの変化を数値的にも正しく解くことができない。⇒ どうするか？

- “渦粘性” の仮定 (Part 2-2)

乱流の小さい渦が，“粘性的” に運動量を運ぶと考えて，見かけの粘性項で置き換える。(大循環モデルでも仮定。)

$$-\left(\boldsymbol{v}' \bullet \mathrm{grad}\right)\boldsymbol{v}' \Rightarrow \nu_{\mathrm{eddy}}\, \Delta \bar{\boldsymbol{v}} \qquad \Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

渦動粘性係数: $\nu_{\mathrm{eddy}} \approx 1 \sim 10^4 \gg \nu = 1.5 \times 10^{-5}\ (\mathrm{m^2/s})$

現実に近い流れを再現するように ν_{eddy} の値を調整する操作:

乱流のパラメタリゼーション ⇒ その理論的根拠は曖昧。

- ν_{eddy} の値を少し変えると，結果が大きく変化。

- 乱流の最大輸送説　　Malkus (1954, 1956) ...

乱流によって運ばれる物理量 (運動量，熱) の輸送率が最大になるような状態が乱流全体の平均的状態で実現されているという考え。　[実験結果に基づいた仮説]

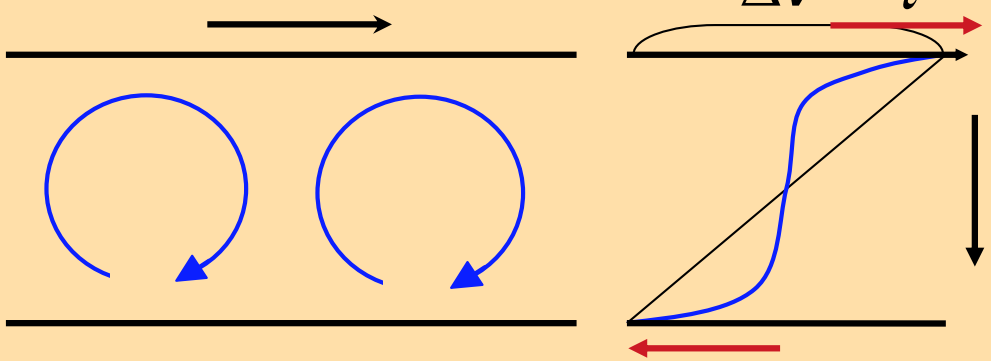
例:

1) 速度差 (シアー) の下での乱流　(運動量)

2) 温度差の下での熱対流　　(熱)

1) シアー乱流

速度差



Reynolds数: Re ($\propto \Delta v$)

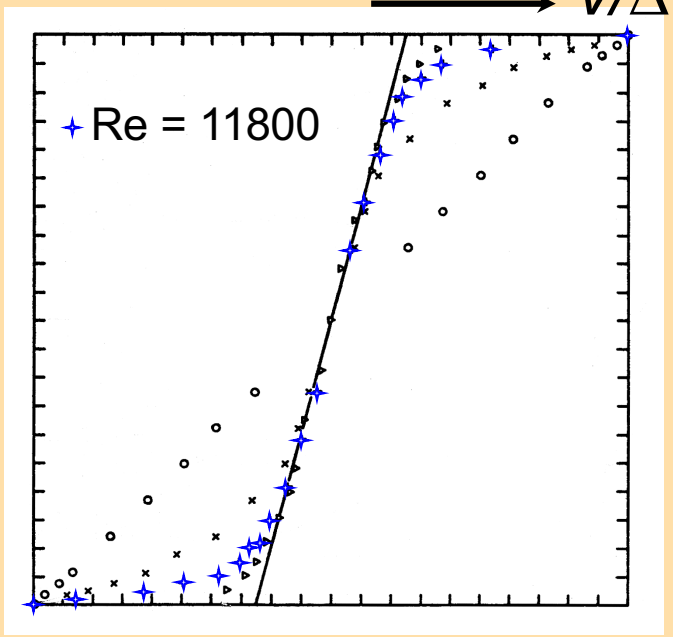
Re < Re* ⇒ 層流

Re ≥ Re* ⇒ 乱流

運動量輸送率 ⇒ 大

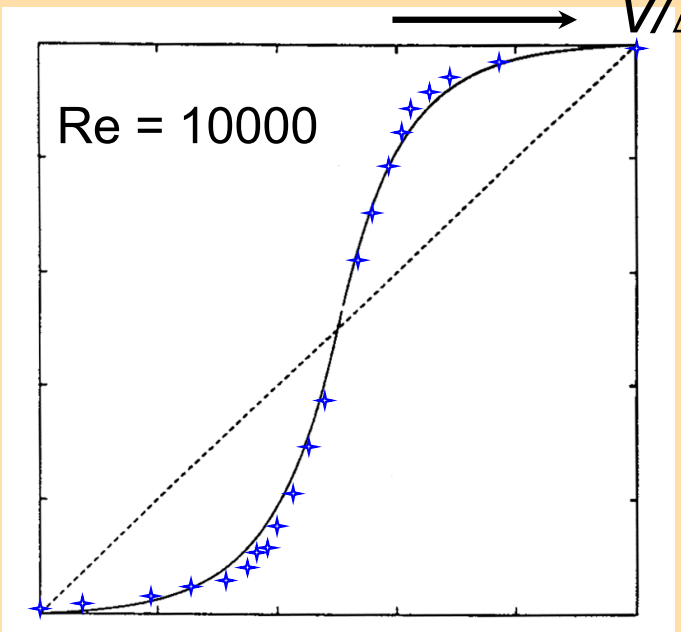
(シアー応力: τ)

速度分布 (実験)



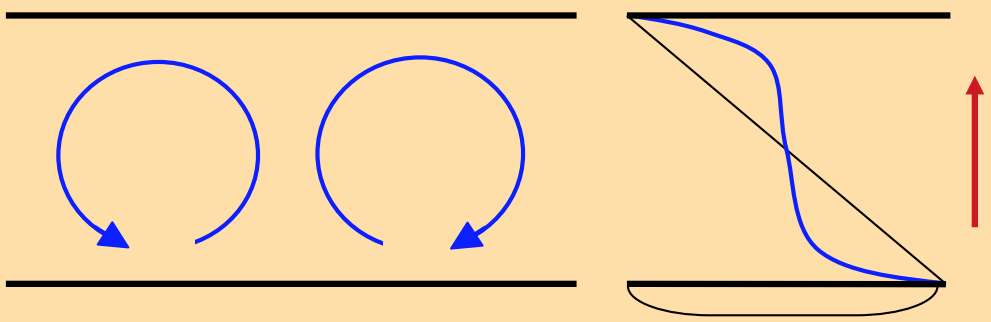
Reichardt (1959)

運動量輸送率最大の理論解



Doering and Constantin (1994)

2) 熱対流



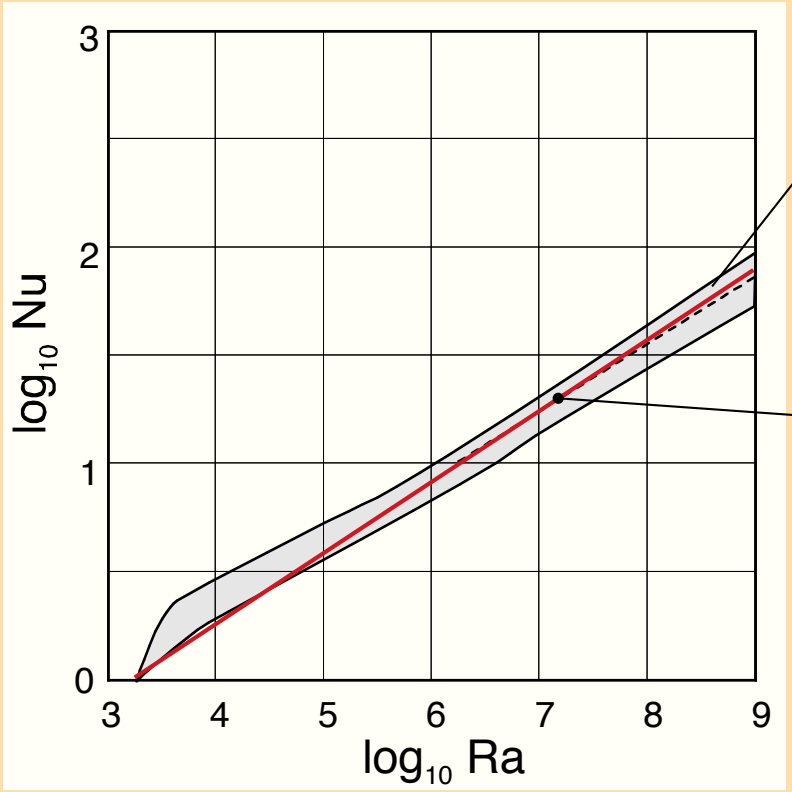
温度差: ΔT

Rayleigh数: Ra ($\propto \Delta T$)

Ra < Ra* ⇒ 静止

Ra ≥ Ra* ⇒ 対流

熱輸送率 ⇒ 大



熱輸送率の実験結果

Howard (1963)

Niemela et al. (2000)

最大熱輸送率の推定値

Ozawa et al. (2001)

乱流現象のまとめ

- 流体が乱流状態になると，その非線形性の為に，流れの状態を解析的に解く事ができない。
- 数値的に解く場合は，格子間隔より小さいスケールの渦による輸送率の仮定が必要。

[乱流のパラメタリゼーション]

- 乱流全体の平均的状態は，乱流によって運ばれる物理量 (運動量や熱) の輸送率が最大になる状態と比較的よく合う事が経験的に知られている。

[乱流の最大輸送説]

3-3. 有効位置エネルギーの生成率

有効位置エネルギー：大気の運動のエネルギー源

仕事や運動として外に取り出せる位置のエネルギー　(Part 2-3)

有効位置エネルギーの生成率 (供給率): G

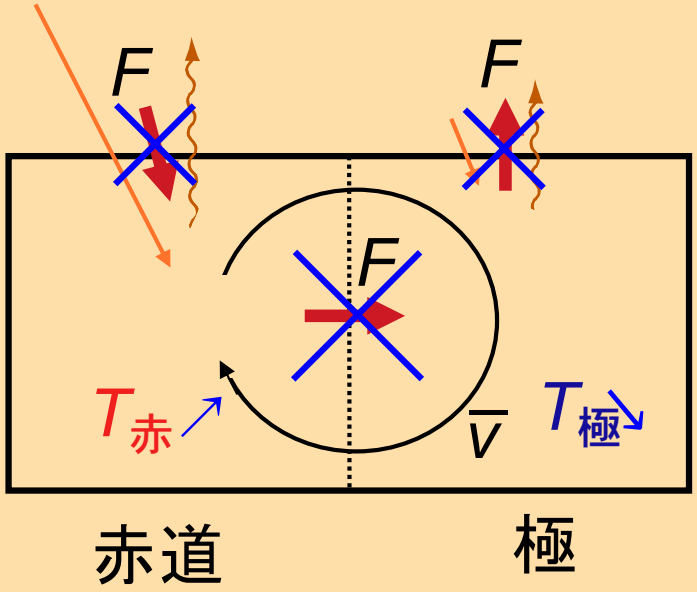
$$G = \int q \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) dV$$

q :　放射による正味の加熱率
T :　絶対温度
T_r :　基準温度　(≈ 平均温度)

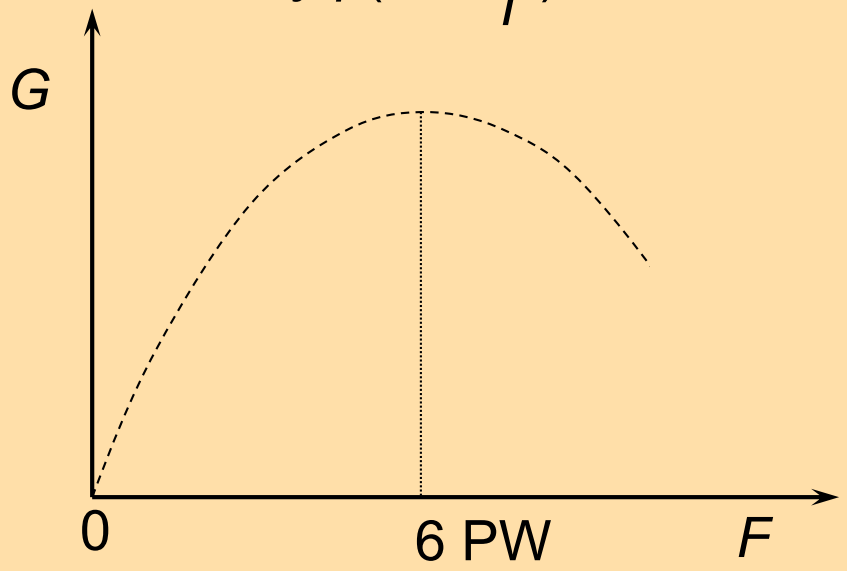
高温部 (赤道) での正味の加熱と低温部 (極域) での冷却でG が正。

- 現在の熱輸送の状態:　G が最大？　　Lorenz (1960)

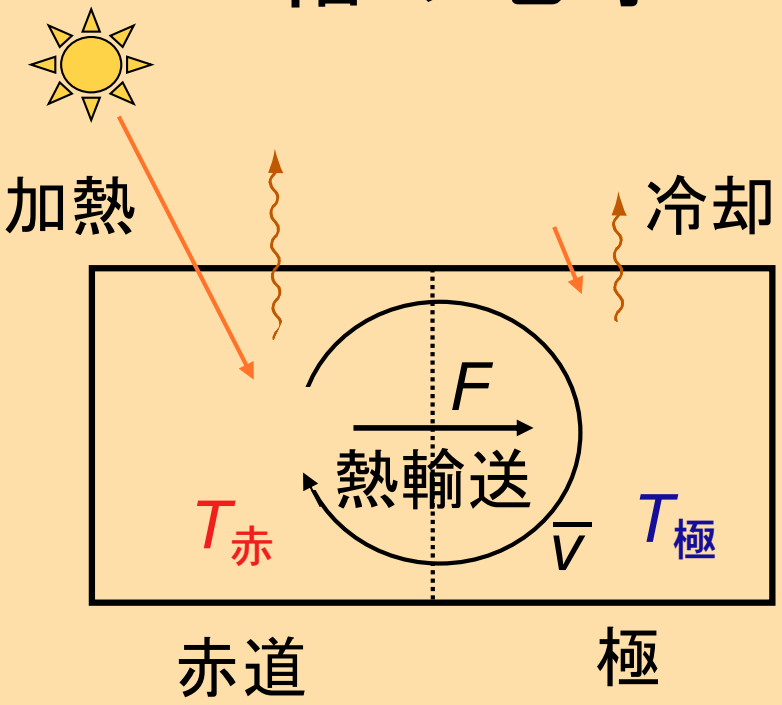
熱輸送率(F)が0だと加熱も冷却も0になる理由　(板書メモ)



$$G = \int q \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) dV$$

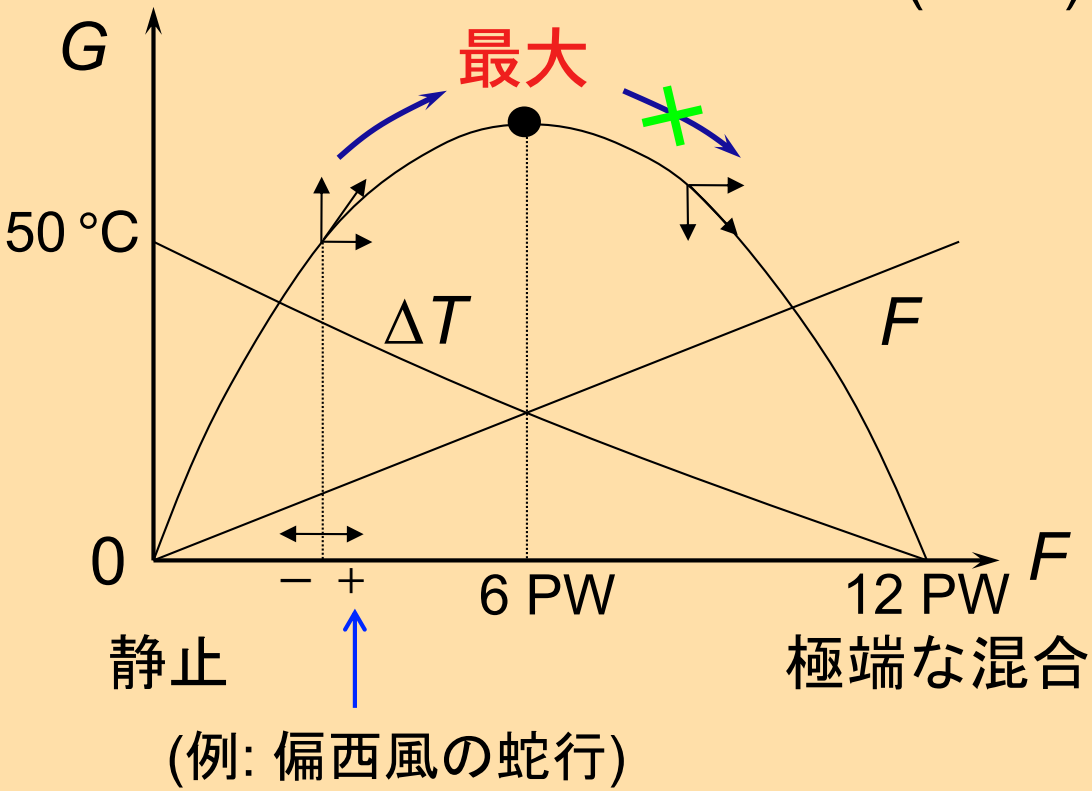


2箱の地球



($\Delta T = T_{赤} - T_{極} \approx 25$ °C)

Lorenz (1960)



(例: 偏西風の蛇行)

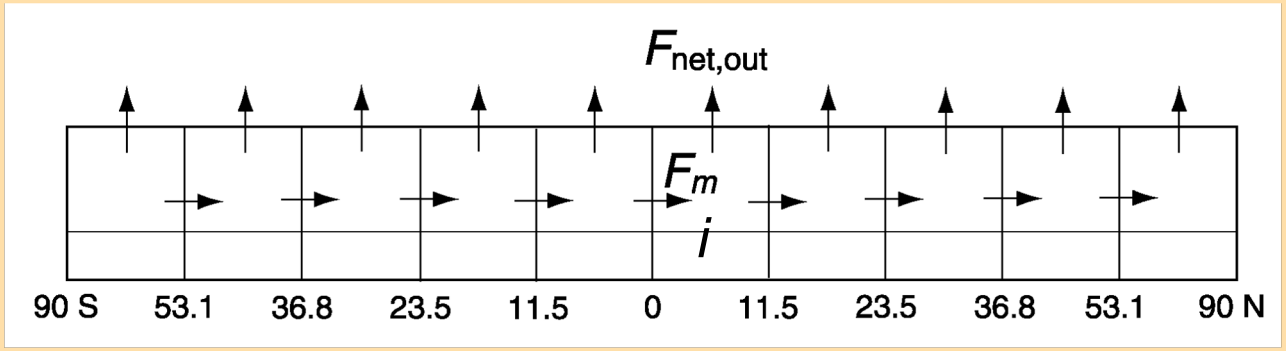
$$G = \underbrace{F(\overline{V})}_{\text{正のフィードバック}} \cdot \Delta T \cdot \frac{T_r}{T_{赤}\, T_{極}} = \text{有効位置エネルギー}$$

30 % → 循環の運動エネルギー

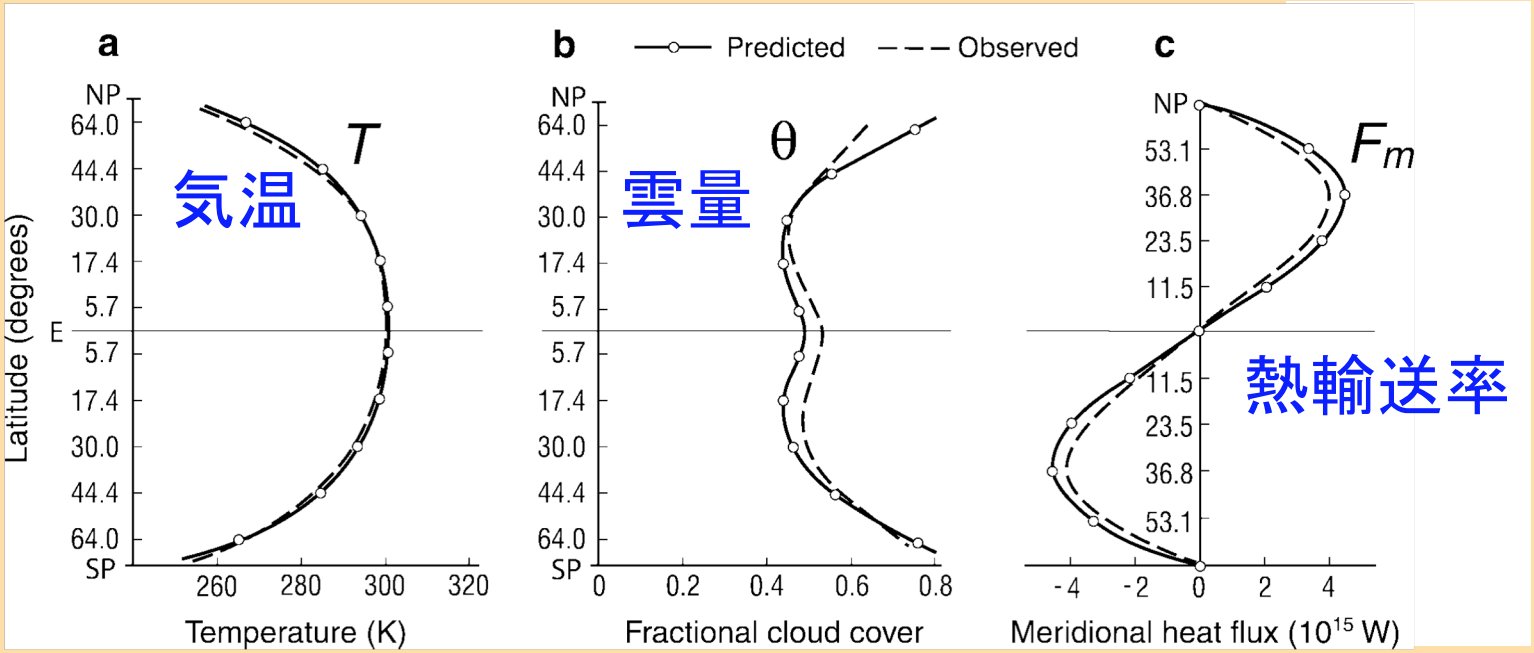
70 % → 鉛直の混合過程で消費

Part 2-3 (Pauluis and Held, 2002)

10箱の地球　　Paltridge (1975)



$$G = \sum_{i=1}^{10} F_{m,i} \frac{\Delta T_i}{T_{i-1}\, T_i} T_r = \text{最大}$$



(注: Paltridge が最大化したのは G/T_r.)

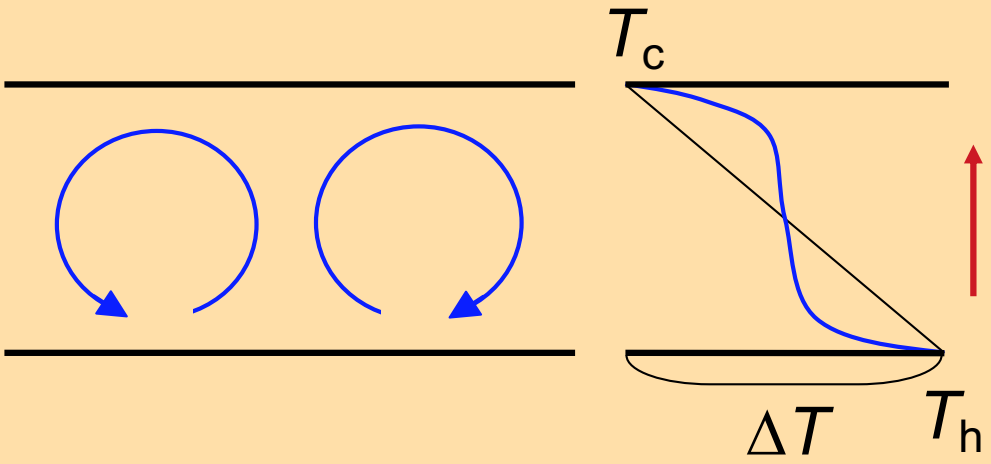
有効位置エネルギーの供給率 G 最大

- 定性的説明 (仮説の提出) — Lorenz (1960)
- 南北方向の熱輸送 — Paltridge (1975)
- 水平２次元の熱輸送 — Paltridge (1978) ...
- 鉛直方向の熱輸送 (積雲対流) — Ozawa and Ohmura (1997), Pujol (2003) ...
- 熱帯低気圧 (台風) の強度 — Emanuel (1999) ...
- 火星やタイタン，金星の大気 — Lorenz et al. (2001)

...

⇒ 同じ考えで，熱対流や乱流の最大輸送説を説明できないか？

1) 熱対流の場合



Rayleigh数: Ra ($\propto \Delta T$)

Ra ≥ Ra* ⇒ 対流

熱輸送率: F ⇒ 最大

(実験結果)

$$G = \underbrace{F} \cdot \Delta T \cdot \frac{T_r}{T_h T_c}$$: 有効位置エネルギー

正のフィードバック

渦の運動エネルギー

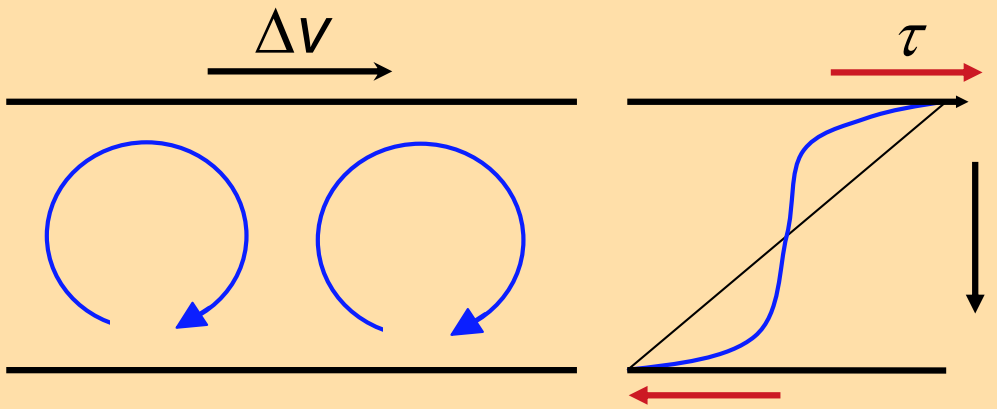
熱伝導等により消費

- G が最大化：ΔT が一定の実験条件下で，F が最大。

⇒ 実験結果と合う。

2) シアー乱流の場合

Reynolds数: Re ($\propto \Delta v$)



Re ≥ Re* ⇒ 乱流

運動量輸送率
(シアー応力): τ ⇒ 最大
(実験結果)

G = 外からの仕事率 = $\tau \cdot \Delta v$: 力学的エネルギー

正のフィードバック

渦の運動エネルギー

粘性等により消費

- G が最大化： Δv が一定の実験条件下で， τ が最大。

⇒ これも実験結果と合う。

まとめ (Part 3. 2–3)

- 大気や流体の乱流現象の局所的状態は，その非線形性の為に，解析的にも数値的にも正確に求める事が難しい。
- しかし，大気を含む乱流現象の平均的な状態は，有効位置エネルギーの供給率 (又は外からの仕事率) が最大になるという考え (Lorenz, 1960) で，ある程度まで理解する事ができる。

引用文献リスト (Part 3)

Doering C. R., and Constantin, P., *Phys. Rev.* E **49**, 4087, 1994.

Emanuel, K. A., *Nature* **401**, 665. 1999.

Nakaya, U., Sato, I., and Sekido, Y., *J. Fac. Sci. Hokkaido Univ.* Ser. II **2**, 1, 1938.

Nakaya, U., *Snow Crystals – Natural and Artificial,* Harvard Univ. Press, Cambridge,1954.

Lorenz, E. N., in *Dynamics of Climate*, Ed. R. L. Pfeffer, 86–92, Pergamon, New York, 1960.

Lorenz, R. D., Lunine, J. I., Withers, P. G., and McKay, C. P., *Geophys. Res. Lett.,* **28**, 415, 2001.

Malkus, W. V. R., *Proc. R. Soc. Lon*don A **225**, 196, 1954.

Malkus, W. V. R., *J. Fluid Mech*. **1**, 521, 1956.

Ozawa, H., and Ohmura, A., *J. Climate* **10**, 441, 1997.

Ozawa, H., Shimokawa, S., and Sakuma, H., *Phys. Rev.* E **64**, 026303, 2001.

Paltridge, G. W., *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **101,** 475, 1975.

Paltridge, G. W., *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **104**, 927, 1978.

Pujol, T., *J. Meteorol. Soc. Jpn.* **81**, 305, 2003.

Reichardt, H., *Max-Planck-Inst. für Strömungsforschung und Aerodyn. Versuchsanst.*, Göttingen, Rep. 22, 1959.

Reynolds, O., *Philos. Trans. R. Soc. London* A **174**, 935, 1883.

浅井富雄, 新田尚, 松野太郎,「基礎気象学」, 朝倉書店, 2000.