

離散時間並列粘弾塑性モデルに基づいた 自動車の操舵反力シミュレータ

山本 公弘, 菊植 亮, 藤本 英雄 (名古屋工業大学)

Steering Reaction Force Simulator Using Parallel Visco-elastoplastic Model

*Takahiro Yamamoto, Ryo Kikuuwe, and Hideo Fujimoto (Nagoya Institute of Technology)

Abstract—This paper proposes a steering reaction force simulator that captures Coulomb friction between the tyre and the road. We modeled the contact patch of a tyre as a parallel connection of multiple visco-elastoplastic elements and implemented that model into a discrete-time control system by using implicit Euler method. The visco-elastoplastic elements are moved as the tyre rotates, and thus the steering reaction force is produced according to the driving speed. Simple experiments showed that the proposed model produced qualitatively proper results.

Key Words: driving simulator, parallel visco-elastoplastic model, contact patch of a tyre, bristle.

1. はじめに

現在ドライビングシミュレータは、自動車教習所における訓練や、運転席の周辺機器の評価のためなどに使用されている。ドライビングシミュレータにおけるハンドルの力覚提示については、Magic Formula モデル [1] を用いたシステムが開発されている [2][3]。この Magic Formula モデルは、タイヤのスリップ角（横滑り角）からタイヤにかかる横力を、またタイヤのスリップ比からタイヤにかかる前後力を経験式に基づいて導出するものであり、力学的な裏付けに関して曖昧な所がある。

そこで本稿ではハンドルの操舵反力に関して、タイヤと路面との間に働くクーロン摩擦力に着目し、力学的に裏付けられた力覚提示モデルを提案する。クーロン摩擦力は速度に対して不連続な定義をもっており、離散時間系への実装は従来は困難であった。LuGre 摩擦モデル [4] の 2 次元版を用いたタイヤの摩擦のモデルも提案されている [5] が、LuGre 摩擦モデルは静止摩擦以下でもドリフトが生じるという欠点を持っている。しかし著者らの研究グループが最近提案した陰的オイラー法に基づく摩擦モデル [6][7] を用いることによって、離散時間系でもクーロン摩擦力を実装することができる。本稿ではこの摩擦モデルを基にして構築した並列粘弾塑性モデルを用いることで、タイヤ接地面で発生する操舵反力の再現を試みた。

なお本稿で提案するシミュレータはタイヤの横滑りのみを考慮したものである。しかしこの操舵反力モデルを用いることで、通常走行時のセルフアライニングトルクによる操舵反力に加え、自動車の据え切り（停車時にハンドルを切る動作）や、低速走行と停止を繰り返す町乗り時などのリアルな力覚提示も可能となると考えられる。これは車庫入れなどの運転技能向上を目的としたシミュレータに活用できると考えられ、より現実に近い操舵反力提示が期待できる。

2. 並列粘弾塑性モデルについて

並列粘弾塑性モデルとは、Fig.1 に示すような複数の粘弾塑性要素の並列接続である。一つの粘弾塑性要素は、クーロン摩擦力を受ける質量の無い点状物体とそれに接続された線形なバネ・ダンパで表現できる。この要素は固着状態（静止摩擦状態）において粘弾性挙動を示し、滑り状態（動摩擦状態）では点状物体の位置が塑性変位する。この要素を並列に多数接続したモデルによって、ヒステリシスを持つ滑り前変位（静止摩擦状態での微小な弾性変位）を実現できる [8]。

著者らの研究グループが最近提案した手法 [6][7] によって、粘弾塑性要素を離散時間で実装できる。これを利用して、タイヤの接地面のモデルを作製する。つまりこの粘弾塑性要素をタイヤ表面の微小突起（bristle）と見立て、その集合体（並列に並べたもの）をタイヤの接地面と仮定する。これによりヒステリシス挙動を生み出せる操舵反力シミュレータを作製できる。

3. シミュレータのブロック線図と制御方法

3.1 シミュレータの概要

Fig.2 に提案するシミュレータのブロック線図を示す。このシミュレータは、使用者がハンドルに加えるトル

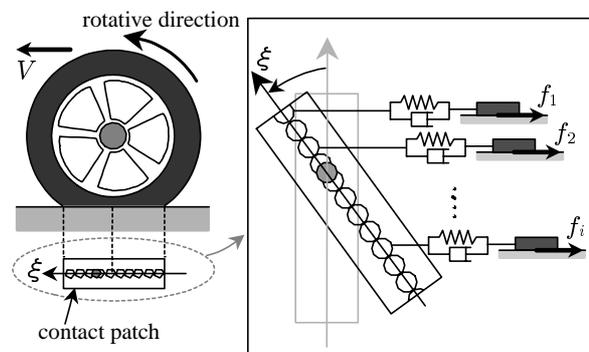


Fig.1 Parallel visco-elastoplastic model

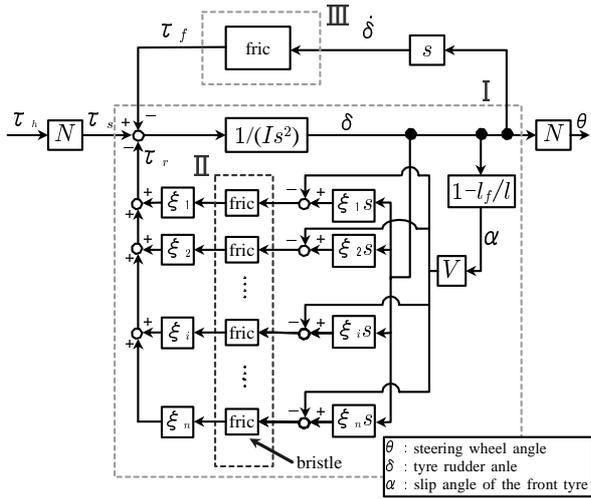


Fig.2 Block diagram

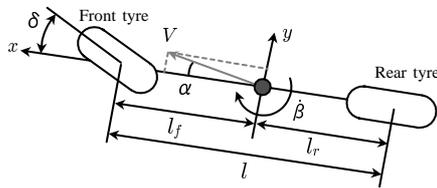


Fig.3 Car model

ク τ_h を入力とし、ハンドルの（目標）角度 θ を出力とする．図中 I で示すブロックには、タイヤにかかるトルク τ_s が入力され、タイヤの操舵角 δ が出力される．つまり I は外力トルク τ_s を入力しタイヤ舵角 δ を出力するアドミタンス型モデルである．なお τ_s は τ_h をギア比 N によって変換したものであり、I から出力された δ は再びギア比 N によってハンドル舵角 θ へと変換される．また出力されたハンドル目標角 θ に追従するようにハンドルの角度が制御される．この際には、剛性の高い PID 制御もしくはプロクシベースト・スライディングモード制御 [9] を用いるのが望ましい．

Fig.2 中の II で示す部分は、並列粘弾塑性モデルを用いたタイヤ接地面のゴムの挙動を生み出すブロックである．II 中のブロック 1 つ 1 つが粘弾塑性要素を再現する．また III で示す部分は、ハンドルからタイヤへのトルク伝達機構の内部のクーロン摩擦トルクを表し、単一の粘弾塑性要素で表現した．

3.2 タイヤの固着・滑りの表現

車体の幾何学的モデルは、Fig.3 に示すような左右 2 つのタイヤを中央にまとめたものとし、前輪タイヤのみ操舵できるようなものとする．Fig.2 中の α は前輪タイヤのスリップ角である．車体のロールと横滑り速度を無視すると、前輪スリップ角 α とタイヤ舵角 δ の間には、近似的に以下のような関係式が成り立つ [10]．

$$\alpha = \delta - (l_f \dot{\beta})/V \quad (1)$$

ただし上式において l_f は Fig.3 中の車体重心から前輪までの距離を表し、 V は車速を表す．また β はヨーレ

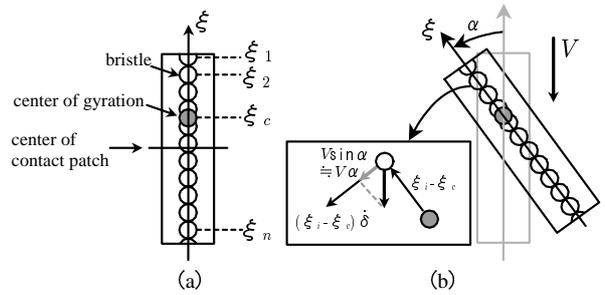


Fig.4 ξ -coordinate in the contact patch

ト（車両の鉛直軸回りの回転角速度）を表し、これはタイヤ舵角 δ 、車体の旋回半径 ρ および車の前輪と後輪の距離 l (Fig.3 参照) を用いた以下の式、

$$\dot{\beta} = V/\rho, \quad \delta = l/\rho \quad (2)$$

によって導出できる．よって式 (1) および (2) から、スリップ角 α は以下のように表記できる．

$$\alpha = (1 - l_f/l) \delta \quad (3)$$

つまり式 (3) によると、スリップ角 α はタイヤ舵角 δ の定数倍で表せることになる．

また Fig.2 中の ξ_i は Fig.4(a) に示すように、タイヤの接地中心を原点とした ξ 座標系における i 番目の粘弾塑性要素の位置を表す．本稿ではタイヤ接地面の粘弾塑性要素の個数 $n = 21$ [個] としたので、 $1 \leq i \leq 21$ である．なお ξ 軸はタイヤの進行方向を正としている．

3.3 各変数値の更新方法

離散時間における、Fig.2 のシミュレータの計算方法を説明する．なお式中の括弧内の引数 k は時間を表すインデックスである．まずそれぞれの粘弾塑性要素の位置 $\xi_i(k)$ を、車速 V とサンプリング時間 T をもとに、

$$\xi_i(k) := \xi_i(k-1) - VT \quad (4)$$

によって更新する．これを用いて Fig.4 に示した粘弾塑性要素が図の下方向に速度 V で流れるような状態を作ることにより、タイヤが回転しているような状況を擬似的に再現することができる．

またタイヤ接地面にかかる圧力は、Fig.5 に示すような、接地中心を頂点とした 2 次関数的な分布をなすと仮定する．本稿では接地面長さを 0.2 [m] としたので、粘弾塑性要素にかかる力の分布を次のように仮定した．

$$F_i(k) := -10000(\xi_i(k)^2 - 0.01) \quad (5)$$

このような分布になるように各粘弾塑性要素の静止摩擦係数 $\mu F_i(k)$ を決める．なお μ はタイヤと路面との間の摩擦係数を表し、本稿では $\mu = 0.4$ とした．また $F_i(k)$ の単位は [N]、 $\xi_i(k)$ の単位は [m] である．このため接地面両端の粘弾塑性要素の摩擦力が 0 [N] で、接地中心で最大摩擦係数 40 [N] が得られるような力の分布を作ることができる．静止摩擦係数 $\mu F_i(k)$ は Fig.5 に示すように接地位置 $\xi_i(k)$ の関数なので、式 (4) による粘弾塑性

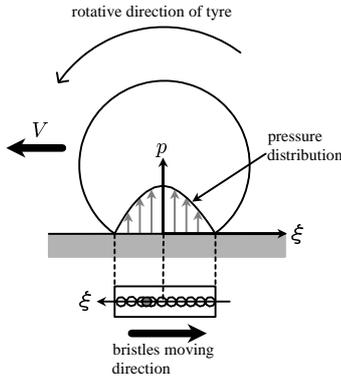


Fig.5 Rotating tyre model and pressure distribution

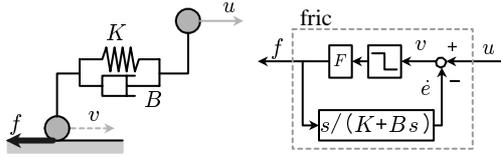


Fig.6 Single visco-elastoplastic element

Table 1 Parameter settings

	Parameter	values
contact patch	K	500[N/m]
	B	150[Ns/m]
drive-train	K_f	10000[Nm]
	B_f	100[Nms]
	T_f	0.3[Nm]

要素の移動に従って、各粘弾塑性要素が持つ静止摩擦力 $\mu F_i(k)$ は常に更新される。

Fig.2のII および Fig.4における1つの粘弾塑性要素のブロック線図および概略図は、Fig.6に示す通りである。Fig.6中の弾性係数を K 、粘性係数を B とし、サンプリング時間を T とすると、このモデルの離散時間表現は式(6)のようになる [6]。

$$\begin{aligned}
 f_i^*(k) &:= (B + TK)u_i(k) + Ke_i(k-1) \\
 f_i(k) &:= \begin{cases} F_i \operatorname{sgn}(f_i^*(k)) & \text{if } |f_i^*(k)| > F_i \\ f_i^*(k) & \text{if } |f_i^*(k)| \leq F_i \end{cases} \quad (6) \\
 e_i(k) &:= (Be_i(k-1) + Tf_i(k))/(B + TK)
 \end{aligned}$$

なお式(6)における弾性係数 K 、粘性係数 B などの、本シミュレータで必要となるパラメータは Table 1 のようにした。また式中の $e_i(k)$ は粘弾塑性要素の横滑りの変位量に相当する。さらに式中の粘弾塑性要素への入力速度 $u_i(k)$ は、タイヤ舵角の角速度 $\delta(k)$ を用いて以下のように表記される。

$$u_i(k) := (\xi_i(k) - \xi_c(k)) \frac{\delta(k) - \delta(k-1)}{T} - V\alpha(k) \quad (7)$$

ここで ξ_c はタイヤの回転中心の ξ 座標系における座標であり、本稿では $\xi_c = 0.02[\text{m}]$ とした。式(7)によって決定される $u_i(k)$ は、Fig.4(b)に示すように、進行する

地面から見た粘弾塑性要素の回転の周方向の線速度を表す。なお式(7)中の $(\delta(k) - \delta(k-1))/T$ は Fig.4(b)中のタイヤ舵角の角速度 δ の離散時間表記である。

以上より、タイヤと地面との間の摩擦力によって発生するトルク $\tau_r(k)$ は、式(6)によって導出される粘弾塑性要素の摩擦力 $f_i(k)$ と粘弾塑性要素の位置 $\xi_i(k)$ を用いて以下のように導出される。

$$\tau_r(k) := \sum_{i=1}^n ((\xi_i(k) - \xi_c) f_i(k)) \quad (8)$$

またハンドルからタイヤまでのトルク伝達機構中に生じる摩擦モデルについては、粘弾塑性要素の再現と同様のモデルを使用した。但しこのモデルの入力にはタイヤ舵角の角速度 $\delta(k)$ を用いることで、摩擦トルク $\tau_f(k)$ が出力されるようにした。つまりこのモデルの離散時間表現は、弾性係数 K_f 、粘性係数 B_f および静止摩擦トルク T_f として以下のように表記できる。なおこのモデルのパラメータ設定は Table 1 に示す。

$$\begin{aligned}
 \tau_f^*(k) &:= (B_f + TK_f) \frac{\delta(k) - \delta(k-1)}{T} + K_f e(k-1) \\
 \tau_f(k) &:= \begin{cases} T_f \operatorname{sgn}(\tau_f^*(k)) & \text{if } |\tau_f^*(k)| > T_f \\ \tau_f^*(k) & \text{if } |\tau_f^*(k)| \leq T_f \end{cases} \quad (9) \\
 e(k) &:= (B_f e(k-1) + T_f \tau_f(k))/(B_f + TK_f)
 \end{aligned}$$

式(8)によって求められる粘弾塑性要素に生ずる摩擦トルク $\tau_r(k)$ と、タイヤの操舵トルク $\tau_s(k)$ および式(9)で示したハンドルからタイヤまでのトルク伝達機構中の摩擦損失 $\tau_f(k)$ によって、タイヤ接地面における角運動方程式は以下ようになる。

$$\tau_s(k) - \tau_r(k) - \tau_f(k) = I \frac{\delta(k) - 2\delta(k-1) + \delta(k-2)}{T^2} \quad (10)$$

なお上式において I はタイヤの慣性モーメントを意味し、本稿では $I = 2.4[\text{kgm}^2]$ とした。よって式(10)をもとにタイヤ舵角 $\delta(k)$ を導出すると以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 \delta(k) &:= 2\delta(k-1) - \delta(k-2) \\
 &\quad + T^2(\tau_s(k) - \tau_r(k) - \tau_f(k))/I \quad (11)
 \end{aligned}$$

以上の式をデジタル制御器へ組み込むことで、タイヤの接地面に働く摩擦力を再現した操舵反力提示のできるシミュレータを作製することができる。

4. 実装実験

前節で説明したシミュレータにより、タイヤ接地面の挙動を再現できることを示す実験を行った。なお本稿では Fig.7 に示す2自由度平行リンクマニピュレータを使用し、その操作部を円弧軌道に沿って動かせるようにすることでハンドルを擬似的に再現した。具体的には、操作者がマニピュレータにかける力を力センサによって計測し、そのときのハンドルの位置およびハンドルの回転中心の位置から外力トルクを算出し、これを Fig.2 における入力 τ_h として扱った。またハンドルの操舵角 θ も、ハンドルの回転中心を原点とした回転行列によって、 $x-y$ 座標系に変換した。

本稿で使用したシミュレータによって得られた、ハンドルの操舵角 θ と、使用者がハンドルにかける操舵トル



Fig.7 Experimental setup

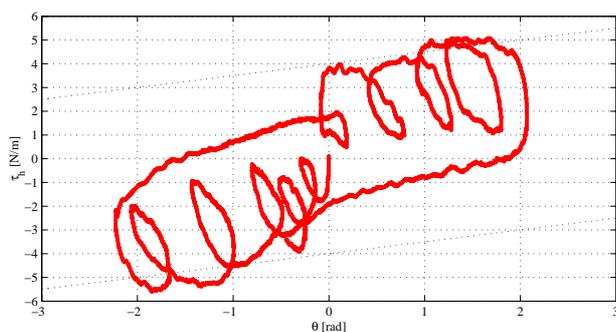


Fig.8 θ - τ_h diagram ($V=0$ [m/s])

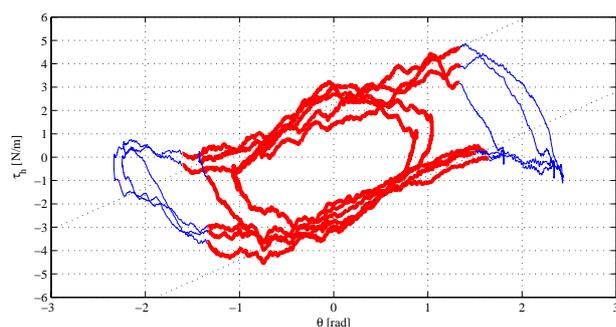


Fig.9 θ - τ_h diagram ($V=20$ [m/s])

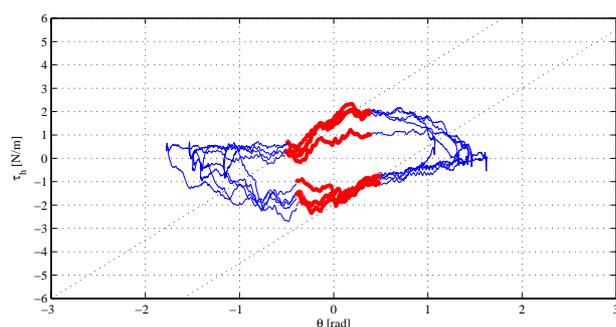


Fig.10 θ - τ_h diagram ($V=70$ [m/s])

τ_h との関係を図.8~10に示す。なお Fig.8 は車速 $V = 0$ [m/s] (すなわち据え切り状態) のとき, Fig.9 は車速 $V = 20$ [m/s] のとき, Fig.10 は車速 $V = 70$ [m/s] のときの結果である。

まず Fig.8を見ると, 据え切り状態のタイヤ接地面における滑らかなヒステリシス挙動を再現できている

ことが分かる。

次に Fig.9 と Fig.10 を比較する。これらの図の中央部の太い実線はタイヤ接地面の少なくとも一部が地面と固着している状態を表し, ループの端の細い実線はタイヤ接地面が全滑りを起こしている状態を意味する。両図とも全滑り状態になると, 操作者がハンドルにかけるトルク τ_h が急に落ち込むという傾向が見て取れる。Fig.9 においては車速が 20 [m/s] と遅いため, ある程度の操舵角までは全滑りを起こさずことなくヒステリシスループを描いている。しかし Fig.10 に示すように, 車速が 70 [m/s] と速くなると少ない操舵角でもすぐに粘弾塑性要素が全滑りを起こしてしまうという結果が得られた。また Fig.9 および Fig.10 において, 固着状態での θ - τ_h 線の傾きが速度の増加によって大きくなっていることも分かる。つまり本シミュレータは, 車速の増加に伴ってハンドル操舵角 θ の変化に対する操舵トルク τ_h の変化量が増加するという性質を, 定性的に正しく再現できていると言える。

以上の結果からタイヤ接地面を粘弾塑性要素の集合と仮定しその挙動をシミュレートすることによって, 操舵反力を再現できることを示せた。

5. おわりに

並列粘弾塑性モデルを用いて, タイヤの接地面に働く摩擦力を擬似的に再現できるシミュレータを提案し, その具体的な制御方法について述べた。今後の課題としては, タイヤの横弾性や慣性力など, より現実に近い反力提示ができるようなパラメータのチューニングを行うことが挙げられる。

参考文献

- [1] H. B. Pacejka, Egbert Bakker, "The Magic Formula Tyre Model," Vehicle system dynamics, vol. 21, pp.1-18, 1991.
- [2] 名切末晴, "緊急時におけるドライバ運転挙動解析", 豊田中央研究所 R & D レビュー Vol.30 No.3, 1995.
- [3] 丸山喜久, 山崎文雄, "ドライビングシミュレータを用いた地震時車両走行模擬実験", 第 11 回日本地震工学シンポジウム.
- [4] C. Canudas de Wit et al., "A New Model for Control of Systems with Friction," IEEE Transactions on Automatic Control, vol.40, no.3, 1995.
- [5] E. Velenis, et al. "Extension of the LuGre Dynamic Tire Friction Model to 2D Motion," In Proc. of the 10th Mediterranean Conf. on Control and Automation (MED2002), THA 5-3, 2002.
- [6] 菊植亮, 藤本英雄, "インピーダンス型離散時間摩擦モデル", 日本ロボット学会学術講演会講演論文集, 3A13.
- [7] R. Kikuuwe et al., "Admittance and Impedance Representations of Friction Based On Implicit Euler Integration," conditionally accepted for publication in IEEE Transactions on Robotics.
- [8] W. D. Iwan, "A Distributed-Element Model for Hysteresis and Its Steady-State Dynamic Response," Transactions of the ASME: Journal of Applied Mechanics, "1966, vol.33, No.4, p.893-p.90.
- [9] R. Kikuuwe and H. Fujimoto, "Proxy-Based Sliding Mode Control For Accurate and Safe Position Control," In Proc. of the 2006 IEEE International Conf. on Robotics and Automation, pp. 26-31, 2006.
- [10] 原田宏, "自動車技術者のためのピークルダイナミクス", (株) 産業科学システムズ, p.47, 2005.