シュレディンガー方程式を導こう！

- 定常波の時の波の微分方程式

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\boxed{\quad} \quad \cdots①$$

- エネルギー保存の式

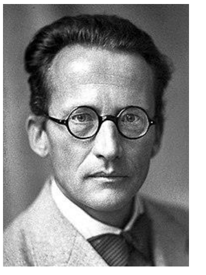
$$E=\boxed{\quad}$$

（運動エネルギー＋位置エネギー）

$\cdots③$

- ドブロイの波長と運動量の式

$$p=\boxed{\quad} \quad \cdots②$$



〈方針〉①②③から m, v, λ, p を使わない式を作る。

①②より $\frac{1}{\lambda^2}$ を消去すると

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\boxed{\quad} \quad \cdots④$$

さらに $\frac{2\pi}{h}$ を $\frac{1}{\hbar}$ とおくと

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\boxed{\quad} \quad \cdots④'$$

また③をm, p, $U(x)$ であらわすと

$$E=\boxed{\quad} \quad \cdots⑤$$

⑤と④'からp^2を消すと

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}=\boxed{\quad}\,\psi(x)$$

$$\boxed{\quad}=E\psi(x)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x)\right]\psi(x)=E\psi(x)$$

$\cdots⑥$

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x)$$

ハミルトニアン演算子

運動エネルギー演算子 $\hat{T}$

位置エネルギー演算子 $\hat{U}$

$$\boxed{\quad}$$

シュレディンガー方程式（固有値方程式）

また⑤と⑥を見比べると

$$p^2 \Rightarrow \boxed{\quad} \equiv \hat{p}^2$$

運動量演算子

$$\hat{p}\equiv\boxed{\quad}$$

波動関数 $\psi(x)$ って何！？　シュレディンガーもよくわからず

- 粒子の・・・

二重スリット実験・・・ 的にしか運動がわからない

- ψ は一般的には負の値や複素数の関数になる。(ex, 水素原子の時)

の解釈

- ＝ 複素数　はおかしい！
  負の数

$$\rho(x) \equiv \psi^*(x)\psi(x)$$

密度

単位量（1次なら長さ）あたりの粒子の

（ $\rho(x)dx$ が 　）

*は複素共役の意味

$$\psi(x) = f(x) + ig(x)$$

$$\psi^*(x) = f(x) - ig(x)$$

$$\psi^*(x)\psi(x) = (f(x) + ig(x))(f(x) - ig(x))$$

$$= \{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 > 0$$

（ $\psi(x)^2$ では虚数 i が残ってしまう）

「 を全部足すと1」

＝ 密度を全空間で するると1

$$\rho(x) \quad = 1 \qquad \therefore \qquad = 1$$

・・・ 条件という。

（大きさをそろえる）

解釈から要請される

$\psi(x)$ の他の性質

波動関数を
求めるときに重要

- $\psi(x)$ はどのxでも有限 （ 性）
- xが決まると $\psi(x)$ は1つの値に決まる（ 性）
- 連続関数である （ 性 ）