

名前

# 角運動量

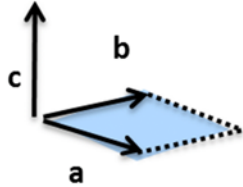
[7] 角運動量 $\vec{l}$ (エル)は、

原点からの位置 $\vec{r}$ と質点 $m$ の運動量 $\vec{p} = m\vec{v}$

の外積で定義される。 $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$

ただし外積とは、 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$  とすると、 $\vec{c}$  は、 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ とも垂直であり、 $\vec{a}$ から $\vec{b}$ に右ねじの法則を適用した方向に正の値となる。

また $\vec{c}$ の大きさは、 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ が作る平行四辺形の面積と一致する。



①  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ の両辺を時間 $t$ で微分すると、力のモーメントの式になることを示せ。すなわち、力のモーメントが0のとき、角運動量 $\vec{l}$ は時間変化をせず一定である。(角運動量保存則)

② どのような時、力のモーメントが0になるか？

③ 等速円運動における角運動量 $\vec{l}$ の大きさを $m$ 、 $r$ 、 $\omega$ を用いて表せ。



# ボーアモデルの角運動量

名前

[8]ボーアモデルによると角運動量 $\vec{l}$ の大きさは、プランク定数 $h$ を $2\pi$ で割った値の自然数倍( $n$ 倍)と仮定されている。

$$l = rp = mrv = mr^2\omega = \frac{h}{2\pi}n$$

この条件を用いて、電子の運動している半径 $r$ 、エネルギー(運動エネルギー+位置エネルギー)を、 $\omega$ を用いずに $h, n$ 等を用いて表すと、

$$r_n = \left( \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} \right) n^2 \quad E_n = - \left( \frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \right) \frac{1}{n^2}$$

となることを示せ。力 $\vec{F}$ の大きさは $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ を用いて表現してよい。

エネルギーは問題6の答え $E = -\frac{1}{2}mr^2\omega^2$ を参考にせよ。

動径方向の運動方程式は $mr\omega^2 = F$ である。

**感想・意見・質問 (必須)**