

名前

角運動量

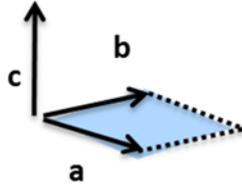
[7] 角運動量 \vec{l} (エル)は、

原点からの位置 \vec{r} と質点 m の運動量 $\vec{p} = m\vec{v}$

の外積で定義される。 $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$

ただし外積とは、 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ とすると、 \vec{c} は、 \vec{a} 、 \vec{b} とも垂直であり、 \vec{a} から \vec{b} に右ねじの法則を適用した方向に正の値となる。

また \vec{c} の大きさは、 \vec{a} 、 \vec{b} が作る平行四辺形の面積と一致する。



① $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ の両辺を時間 t で微分すると、力のモーメントの式になることを示せ。すなわち、力のモーメントが0のとき、角運動量 \vec{l} は時間変化をせず一定である。(角運動量保存則)

② どのような時、力のモーメントが0になるか？

③ 等速円運動における角運動量 \vec{l} の大きさを m 、 r 、 ω を用いて表せ。

ボーアモデルの角運動量

名前

[8]ボーアモデルによると角運動量 \vec{l} の大きさは、プランク定数 h を 2π で割った値の自然数倍(n 倍)と仮定されている。

$$l = rp = mrv = mr^2\omega = \frac{h}{2\pi}n$$

この条件を用いて、電子の運動している半径 r 、エネルギー(運動エネルギー+位置エネルギー)を、 ω を用いずに h, n 等を用いて表すと、

$$r_n = \left(\frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} \right) n^2 \quad E_n = - \left(\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \right) \frac{1}{n^2}$$

となることを示せ。力 \vec{F} の大きさは $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ を用いて表現してよい。

エネルギーは問題6の答え $E = -\frac{1}{2}mr^2\omega^2$ を参考にせよ。

動径方向の運動方程式は $mr\omega^2 = F$ である。

感想・意見・質問(必須)