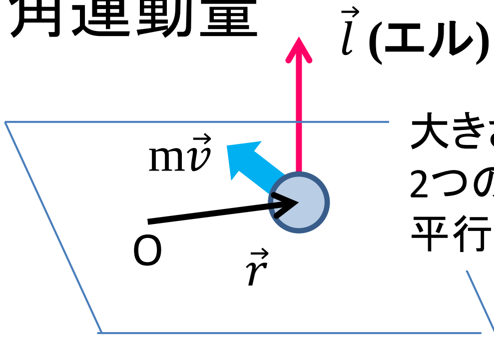
外積の時は特にベクトルを意識してください！

[7]角運動量



大きさは
2つのベクトルの成す
平行四辺形の面積

① 角運動量 $\vec{l}$ (エル)

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

を時間tで微分すると

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v})$$

$$= \frac{d}{dt}(\vec{r}) \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$= \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times m\vec{a}$$

$$= \vec{0} + \vec{r} \times \vec{F} = \underline{\vec{r} \times \vec{F}}$$ (3点)

$$(\because \vec{v} \times \vec{v} = 0)$$

これは
力のモーメントに等しい

② $\vec{r} \times \vec{F} = \vec{0}$ はどんな時？

1) $\vec{r} = \vec{0}$ 静止しているとき

2) $\vec{F} = \vec{0}$ 力が加わっていないとき

3) $\vec{r} \parallel \vec{F}$ 位置と力ベクトルが平行の時

- 同じ方向の時は、等加速度運動
- 逆向きの時は、等速円運動

(ひとつ1点　計3点)

③ 等速円運動のl (大きさ)

(3点)

円運動の場合、$\vec{r} \perp \vec{v}$ なので
lの大きさは、rとmvでなす長方形の面積

$$\left|\vec{l}\right| = \left|\vec{r} \times m\vec{v}\right| = mrv = \underline{mr^2\omega}$$ 答え

↑この問題は最後は
大きさを問うていることに注意してください

この問題は基本的にベクトルではなく大きさの話です。

[8]ボーアモデルの角運動量

$$\begin{cases} l = mr^2\omega = \dfrac{h}{2\pi}n & \dots(1) \\ (n = 1, 2, 3, \dots) & \text{と仮定。} \end{cases}$$

hはプランク定数と呼ばれる数

運動方程式より

$$mr\omega^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \dots(2)$$

変形して

$$mr^3\omega^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \quad \dots(3)$$

(1)の2乗/(3)より $mr = \dfrac{h^2 n^2}{4\pi^2}\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}$ …(4)

(3点)

したがって

$$r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2}n^2 \quad \dots(5)$$

答え (nに依存するので添え字がついている。解答の際なくてもよい)

エネルギーは

$$E = -\frac{1}{2}mr^2\omega^2 \quad \dots(6)$$

(3)式/(5)式より

$$E_n = -\frac{1}{2}mr^2\omega^2 = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_n}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\pi m e^2}{h^2\varepsilon_0 n^2}$$

$$= -\frac{1}{8}\frac{me^4}{\varepsilon_0^2 h^2 n^2}$$

(3点)

答え