

シュレディンガー方程式の導出

[12] 電子は波の性質をもち、その波動関数 $\Psi(x)$ が

$$\text{定常波の時の波の微分方程式 } \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} = -\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 \Psi(x) = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \Psi(x) \text{ を}$$

満たすと仮定する。一方、電子は粒子でもあるので、

$$\text{ドブロイの波長と運動量の式 } p = mv = \frac{h}{\lambda} \text{ と}$$

エネルギー保存の式 $E = \frac{1}{2}mv^2 + U(x)$ も満たすと仮定して、これらから

$$\text{シュレディンガー方程式 } \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x)\right) \Psi(x) = E\Psi(x) \text{ を導け。}$$

ただし $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ である。また運動量演算子が $\hat{p} \equiv -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ と定義すると

シュレディンガー方程式は $\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + U(x)\right) \Psi(x) = E\Psi(x)$ とかけることを説明せよ。

波動関数の性質

[13]

① シュレディンガー方程式の解である波動関数 $\Psi(x)$ を用いて、位置 x における電子の確率密度 $\rho(x)$ を表せ。

② 波動関数の満たすべき条件に、
(a)規格化、(b)一価性、(c)有限性、(d)連続性があげられる。
それぞれどういうことか説明せよ。

感想・意見・質問 (必須)