統計データ解析　補助プリント (向谷-ムカイダニ　総科 C703)　`mukaida@hiroshima-u.ac.jp`

2017 年 4 月 24 日

【 離散同時確率分布 】

袋の中に 1 から 6 までの数字が書かれたボールが 1 個ずつ合計 6 個入っている．1 個のさいころを振って出た目を X とし, その数だけ袋からボールを取り出す．このとき, 取り出したボールに書かれている数字のうち, 最大なものを Y とする．

(1) 同時確率分布 $P(X=i, Y=j)$, $(i=1,\ 2,\ \ldots, 6,\ j=1,\ 2,\ \ldots, 6)$ を求めよ．

(2) 周辺分布 $P(X=i)=\displaystyle\sum_{j=1}^{6}(X=i, Y=j)$, $(i=1,\ 2,\ \ldots, 6)$, $P(Y=j)=\displaystyle\sum_{i=1}^{6}(X=i, Y=j)$, $(j=1,\ 2,\ \ldots, 6)$ を求めよ．

(3) 期待値 $E(X)$, $E(Y)$ を求め, $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$ を確認せよ．

【 解答 】

	$Y=1$	$Y=2$	$Y=3$	$Y=4$	$Y=5$	$Y=6$	$P(X=i)$
$X=1$							
$X=2$							
$X=3$							
$X=4$							
$X=5$							
$X=6$							
$P(Y=j)$							

【 補足 】

(i) $P(X=x_i, Y=y_j)=P(X=x_i)P(Y=y_j)$ が成立すれば独立．本問の場合, 独立でない．

(ii) 離散同時確率分布の周辺分布の定義は,

$$P(X=x_i)=\sum_{j=1}^{m}(X=x_i, Y=y_j), \quad P(Y=y_j)=\sum_{i=1}^{n}(X=x_i, Y=y_j)$$

である．

(iii) 和の期待値に対しては, $E(a_1X_1+a_2X_2+\cdots+a_nX_n)=a_1E(X_1)+a_2E(X_2)+\cdots+a_nE(X_n)$ は成立するが,

$E(XY)=E(X)E(Y)$

は独立でないと成立しない．一般に,

$$E(X+Y)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(x_i+y_j)P(X=x_i, Y=y_j)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}x_iP(X=x_i, Y=y_j)+\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}y_jP(X=x_i, Y=y_j)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}x_iP(X=x_i)+\sum_{j=1}^{n}y_jP(Y=y_j)=E(X)+E(Y)$$

情報統計学　小テスト:　担当 向谷　博明

2017 年 4 月 24 日

学部	学籍番号	氏名

2 つのコイン A, B があり, A の表の出る確率は p, $(0 < p < 1)$, B の表の出る確率は q, $(0 < q < 1)$ である. 2 つのコインを同時に投げるとき, A が表なら $X = 1$, 裏なら $X = 0$ とし, B が表なら $Y = 1$, 裏なら $Y = 0$ とする.

(1) 同時確率分布 $P(X = i, Y = j)$, $(i = 0,\ 1,\ j = 0,\ 1)$ を求めよ.

(2) 周辺分布 $P(X = i)$, $(i = 0,\ 1)$, $P(Y = j)$, $(j = 0,\ 1)$ を求めよ.

(3) 期待値 $E(X + Y)$, $E(XY)$ を求めよ.