

積分積分学Ⅰ 中間試験: 担当 向谷 博明

2016 年 6 月 17 日

学部	学籍番号	氏名

【 1 】数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{a_n^2 + 3}$ によって定める. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

【 2 】 $f(x) = \frac{x \log x^2}{x^{-\sin x} - 1}$ とおく.

(1) $x^{-\sin x}$ の導関数を求めよ.

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow +0} x^{-\sin x}$, $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ を求めよ.

【 5 】曲線 C は媒介変数 t を用いて

$$C : x(t) = t - \frac{1}{2}e^t, \quad y(t) = e^t - \frac{1}{4}e^{2t}$$

と表されている. 増減, 凹凸, 漸近線を調べて概形を描け.

【 3 】関数 $f(x) = \frac{1}{2}\{g(x)\}^2$, $g(x) = \arcsin x$ に対し, 次の問いに答えよ. ただし n は自然数である.

(1) $g'(x)$, $g''(x)$ を求めよ.

(2) 関数 $f(x)$ は $(1-x^2)f^{(n+2)}(x) - (2n+1)xf^{(n+1)}(x) - n^2f^{(n)}(x) = 0$ を満たすことを示せ.

(3) $f^{(2n-1)}(0)$, $f^{(2n)}(0)$ を求めよ.

(4) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^4}{x^6}$ を求めよ.

【 4 】 $f(x) = \log \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$, ($|x| < 1$) とおく.

(1) $g(x) = (1+x)^{-\frac{1}{2}}$ のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要である.

(2) $f(x)$ のマクローリン展開を x^7 の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要である.

(3) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) + \log(1-x^2)}{x^4}$ をロピタルの定理による方法とマクローリン展開による方法の 2 通りの方法によって求めよ.
