

微分積分学Ⅰ 中間試験: 担当 向谷 博明

2017年6月9日

学部	学籍番号	氏名

【1】 $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ とおく.

(1) $f(x)$ の導関数を求めよ.

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +0} f'(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} x(f(x) - e)$ を求めよ.

【2】 関数 $f(x) = \arctan x = \tan^{-1} x$, $g(x) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ に対し, 次の問いに答えよ.

(1) $g'(x) = 0$ を示せ. さらに, $g(\sqrt{3})$ の値を求めることによって, $g(x)$ を求めよ.

(2) $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ を求めよ.

(3) 関数 $f(x)$ は $(x^2 + 1)f^{(n+1)}(x) + 2xf^{(n)}(x) + n(n-1)f^{(n-1)}(x) = 0$, $n = 2, 3, \dots$ を満たすことを示せ.

(4) $f^{(7)}(0)$ を求めよ.

(5) $f(x)$ のマクローリン展開を x^7 の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要である.

(6) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + ax + bx^3 + cx^5}{\sin^7 x}$ が有限確定値となる定数 a, b, c を定め, その極限值を求めよ.

【 3 】 $f(x) = \frac{\sin^{-1} x (e^x - \cos x)}{x - \log(x+1)}$, ($|x| < 1$) とおく.

(1) $g_1(x) = e^x$, $g_2(x) = \cos x$, $g_3(x) = \log(x+1)$, $g_4(x) = \sin^{-1} x$ のマクローリン展開を x^4 の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要である.

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ をロピタルの定理による方法とマクローリン展開による方法の 2 通りの方法によって求めよ.
