

学生証番号 : _____ 氏名 : _____

2019 年度後期 線形代数演習 II 小テスト 第 9 回 11/11

集合 V を

$$V := \{f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) \text{ は実多項式関数で, その次数は } 1 \text{ 以下}\}$$

とし, V 上の標準的な和とスカラー倍を定め, 実線型空間とみなす. V 上の線型変換 $\varphi : V \rightarrow V$ を

$$\varphi : V \rightarrow V, f(x) \mapsto (x-3) \frac{df}{dx}(x) + 2f(x)$$

と定める (φ が線型変換であることについての証明は省略してよい).

問 1. V の基底 $(f_0(x), f_1(x))$ を,

$$f_0(x) = 1, f_1(x) = x$$

として定める (これが V の基底を定めていることの証明は省略してよい). このとき $\varphi(f_0(x)), \varphi(f_1(x)) \in V$ をそれぞれ計算せよ. また線型変換 φ の “基底 $(f_0(x), f_1(x))$ についての表現行列 A ” を求めよ.

問 2. V の基底 $(h_0(x), h_1(x))$ を,

$$h_0(x) = 1, h_1(x) = x - 3$$

として定める (これが基底を定めていることの証明は省略してよい). このとき $\varphi(h_0(x)), \varphi(h_1(x)) \in V$ をそれぞれ計算せよ. また線型変換 φ の “基底 $(h_0(x), h_1(x))$ についての表現行列 D ” を求めよ.

問 3. V の基底 $(f_0(x), f_1(x))$ から基底 $(h_0(x), h_1(x))$ への変換行列 P およびその逆行列 P^{-1} を求めよ.

問 4. このとき $D = P^{-1}AP$ と $A = P^{-1}DP$ のどちらかが成り立つ. どちらが成り立つか確認せよ.