

4 . 三角測量 (基線測量 ・ 角測量)

1 . 目的

基準点の位置を正確に知るための三角測量を体験する。工学部東側において、図-1のような三角網を設置する。各班で1つの辺の基線長($P_n \sim Q_n$)と、2つの頂点(P_n, Q_n)に関わる全ての内角を計測する。

後日、他班の測量結果を入手し、自班の基線長と内角の最確値を基に他班の基線長(検基線)を計算し、精度を確認する。

2 . 使用器具

(1日目:選点・基線測量)ポール2本, スチール巻尺, グリップ, ばねばかり, 温度計, マジック, (セオドライト, セオドライト用三脚)

(2・3日目:角測量)セオドライト・セオドライト用三脚・レベル用三脚, ポール1本

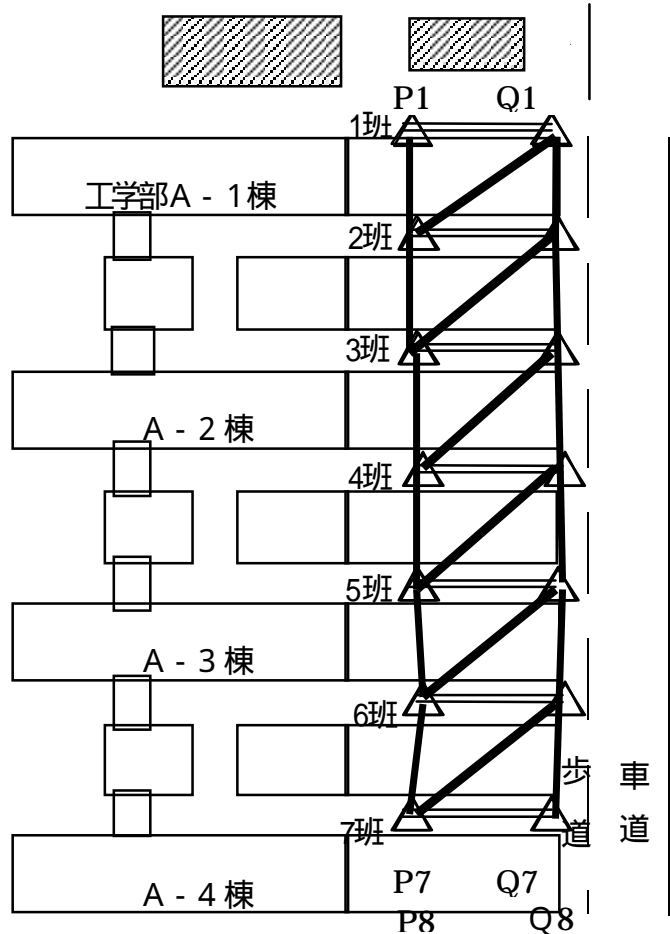


図-1 三角測量網

3 . 方法

(1) 三角点の設置 (今年の測量釘を利用するので、実際には省略)

- ・工学部敷地内の東西誘導路アスファルト上に昨年度設置した測量釘があるので、各班の2つの三角点を探し、マジック等で P_n, Q_n の記号を記入する。
- ・三角形は正三角形に近い方が望ましいが、今回は各内角が30度~120度の間になるようにする。

(2) 「基線測量(距離測量)」(一週間後に レポート1 提出)

- ・各班では、東西方向進入路上の一辺長を測量する。
- 1) 基線長がテープ長よりも長い場合を想定し、中間点を1つ設ける。
- ・本来、1点上にセオドライトを設置し他点を視準して、その線上のほぼ中間の点に釘

を打つが、基本的には昨年の中間点(測量釘がある)を使用する。

- 2) テープを一定の張力で水平に引っ張りたるみのない状態で計測する。温度も測る。
 - ・ 傾斜のある場合にはくいを打って水平の長さを測るが、今回は省略する。
 - ・ 指揮ならびに記録者 1 名，目盛観測者 2 名，引っ張り係 2 名で共同して測定。
 - ・ 測定ごとに、巻尺上で用いる場所をずらし目盛を 2 回ずつ読み取る(最小目盛の 1/10)
 - ・ 同じ条件で巻尺の方向を逆にして往復の測定を行う。張力を変え 2 往復以上測定する。
 - ・ 1 往復目はテープの標準張力(20N 2kgf)に近い張力を与え，その張力をばねばかりで測定。2 往復目の測定時は異なる張力で測定。
 - ・ 野帳に表 -2 のような記入欄をあらかじめ設け，計測値を記入していく。平均値などの簡単な計算は即座に行い，測定にミスがないかどうかを確認しながら進める。
- 3) 測定値に対し，張力補正及び温度補正を行う(テキスト p.76、式(3.2)(3.3))。

その際に用いる補正係数等を表 -1 に示す。

表- 1 スチールテープの諸元

	YAMAYO KR-50
標準温度 t_0	20
線膨張係数	$11.5 \times 10^{-6}/$
標準張力 P_0	20N
幅	13 mm
厚さ	0.22 mm
断面積 A	$2.80 \pm 2.5\% \text{ mm}^2$
ヤング率 E	$20.68 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
製品の伸び(1/AE)	$0.0173 \times 10^{-4}/\text{N}$
巻尺の質量 w	$21.80 \times 10^{-4} \pm 2.5\% \text{ kg/mm}$

- ・ 距離測量の結果は，補正後の平均値 D と標準偏差 m_D を， $D \pm m_D$ の形に表示する。

その際，有効数字に注意すること。(信頼性のない桁までを表示しすぎない。)

f_i : 第 i 回目の往路観測値， b_i : 第 i 回目の復路観測値， L_i : 第 i 回観測値， D : n 回の観測値の平均値(最確値)， m : 観測値 L_i の標準誤差， m_L : 平均値 D の標準誤差， R_L : 相対誤差(精度)

$$L_i = \frac{f_i + b_i}{2}, \quad D = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n}, \quad m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - D)^2}{n-1}}, \quad m_L = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - D)^2}{n(n-1)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} m$$

$$R_L = m_D / D$$

測量の精度は，補正後の平均値 D と標準偏差 m_D の比である相対誤差 R_D であらわす。

(3) 角測量(一週間後に レポート2 提出)

- ・各班毎に、自班の基線の両端の頂点(Pn,Qn)に関する全ての内角を、反復法(倍角法)で、2倍角により測定する。(1班と8班は外角も測定する)
- ・セオドライトの下部には下げ振りを設置し、他点からの視準を容易にする。観測者以外の者は、他点からの視準を妨げにならない位置に立つこと。さらに、セオドライトを設置していない方の端点にもレベル用の3脚を置き、ポールを垂直に立てておく。
- ・目標点を視準するときは、できる限り地面に近いところを視準する。
- ・望遠鏡正位で右回りに2倍角を測定し、次に望遠鏡反位で左回りに測定する(1対回)。測定における角の較差は、30 以内とする。所定の範囲内がないときは再測する。
- ・上記の観測値と昨年の観測値(データは配布する)の2対回分の結果を用いる。各測定値の精密さを表す「測定値の標準誤差」および最終的に得られた平均値の精密さを表す「平均値の標準誤差」を次式により求める。(n=2)

r_i : 第 i 対回目の正位観測値, l_i : 第 i 対回目の反位観測値, α_i : 第 i 対回観測値, \bar{x} n 回の観測値の平均値(最確値), m : 観測値 α_i の標準誤差, $m_{\bar{x}}$ 平均値 \bar{x} の標準誤差

$$\alpha_i = \frac{r_i + l_i}{2}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i}{n}, \quad m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad m_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} m$$

(4) 調整計算(別紙参照:後日雨天時に行い、その1週間後にレポート3提出、2週間後に図面提出)

1) 単列三角鎖における一般的近似法にしたがって調整計算を行う。三角網の精度は、測定した基線長と三角形の内角の測量結果から、図形関係により検基線長の計算を行い、実際の検基線の測量結果との差が検基線長の1/5,000以下になるようにする。

2) 図-2のように、1~4班までは、第n+2班(2本南側)の基線測量結果を、

5~7班までは第n-2班(2本北側)の基線測量結果を、検基線長に用いる。角の観測値も、自班のもの他に、2つ南隣(北隣)の班までの観測結果を入手すること。

3) 別紙に示した方法で調整計算を行い、角の最確値を計算する。

4) 調整計算を終了すると、その結果を用いて3角形の辺長の計算、各辺の方位角の計算、各三角点の座標の計算を行う。(計算方法は5.~7.で後述する)

5) 調整計算結果を図面として提出する。

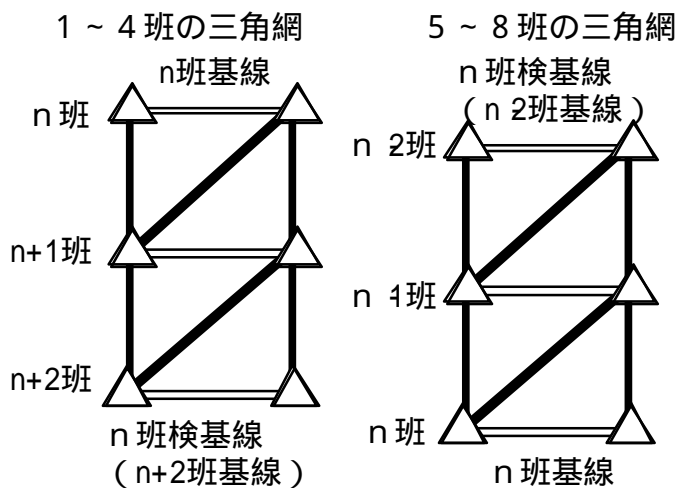


図-2 各班が計算に用いる三角網

4. 野帳の記入方法

表- 2 基線測量（距離測量）の記帳例

2005年4月 日		天候晴れ		記帳者		観測者(前)		観測者(後) × ×			
月6班		使用巻尺 No.		KR50		標準温度 20		標準張力 20 N			
	巻尺の読み(m)		差(m) 前 - 後	平均 (m)	温度 ()	張力		補正 (mm)		補正距離 (m)	合計距離 (m)
	前端	後端				(Kgf)	(N)	温度	張力		
P1-R1	1往復目										
	10.238	0.102	10.136	10.1355	21	2	19.6	0.12	-0.007	10.1356	19.2032
R1-Q1	136	001	10.135								
	9.069	0.001	9.068	9.0675	21	2	19.6	0.10	-0.006	9.0676	
Q1-R1	172	105	9.067								
	9.081	0.009	9.072	9.0715	21	2	19.6	0.10	-0.006	9.0716	19.2087
R1-P1	9.171	100	9.071								
	10.145	0.006	10.139	10.137	21	2	19.6	0.12	-0.007	10.1371	
	10.184	049	10.135								
全平均										19.2060	
P1-R1	2往復目										
	10.145	0.006	10.139	10.1385	21	4	39.2	0.12	0.337	10.1390	19.2109
R1-Q1	148	010	10.138								
	9.073	0.004	9.069	9.0715	21	4	39.2	0.10	0.301	9.0719	
Q1-R1	9.126	052	9.074								
	9.163	0.096	9.067	9.0675	21	4	39.2	0.10	0.301	9.0679	19.2064
R1-P1	9.076	006	9.068								
	10.141	0.002	10.139	10.138	21	4	39.2	0.12	0.337	10.1385	
	10.181	044	10.137								
全平均										19.2086	

表- 3 角測量（倍角法）の記帳例

2002年4月15日		天候:晴		(2倍角の観測値)		観測者: × × 一郎									
器械番号: よ008-14						(累計角 ÷ 反復数)									
観測点	視準点	初目盛	望遠鏡	観測方向	反復数	目盛読み			累計角			観測角		備考 (倍角法の途中の 視準時の概略値)	
						・	′	″	・	′	″	・	′		″
A1	B	0	↑	右回り	2	0	02	00	186	01	30	93	00	45	93° 03′ (最初のC視準時)
	C					186	03	30							
A1	C	180	・	左回り	2	179	04	00	186	01	40	93	00	50	86° 04′ (最初のB視準時)
	B					353	02	20							
較差													05		

(179° から353° は引けないので, 360° を加えた539° から引く)

5. 辺長の計算

三角網の調整計算（別資料参照）が終わると、得られた角と基線長を用いて辺長の計算を行う。計算は、迅速かつ誤りなくできるように順序正しく行うことが大切である。表4は図3の三角網を計算した例で、A角は求辺aに対する角、B角は既知辺bに対する角、C角は方位角を計算するのに用いられる角でcはその対辺である。表中で、

$$a = \sin A * b / \sin B,$$

$$c = \sin C * b / \sin B$$

であり上の数字から計算されている。

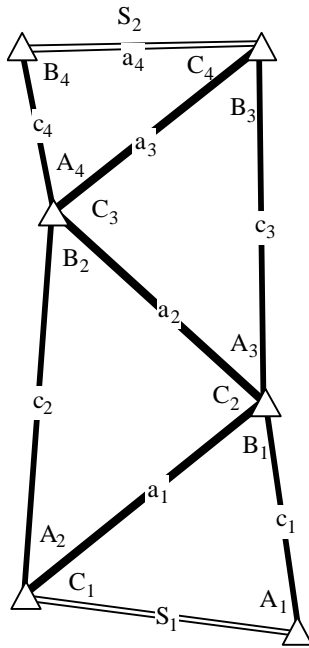


図-3 計算例の三角網

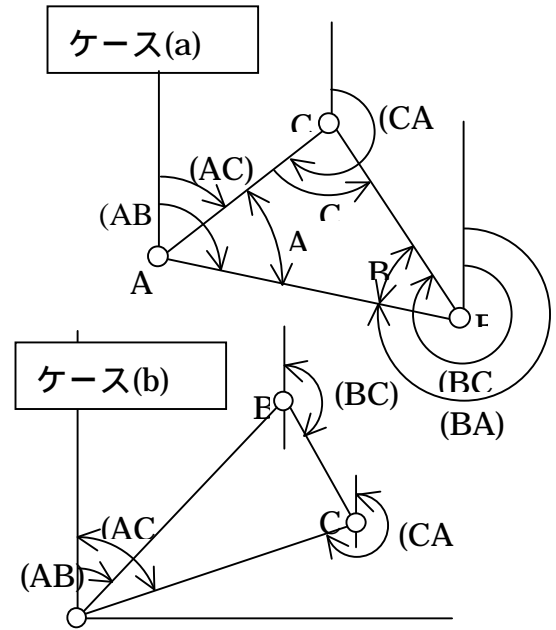


図-4 方向角と方位角

表-4 三角形辺長計算例

三角形	内角	三角形辺長計算			
A ₁	81° 05' 21"	sinA ₁	0.98793	sinC ₁	0.63897
B ₁	59° 11' 44"	b	19.414	b	19.414
C ₁	39° 42' 55"	sinB ₁	0.85892	sinB ₁	0.85892
和	180°	a ₁	22.33	c ₁	14.443
A ₂	48° 42' 40"	sinA ₂	0.75139	sinC ₂	0.98813
B ₂	50° 07' 26"	b	22.33	b	22.33
C ₂	81° 09' 54"	sinB ₂	0.76743	sinB ₂	0.76743
和	180°	a ₂	21.863	c ₂	28.752
A ₃	47° 37' 25"	sinA ₃	0.73873	sinC ₃	0.98798
B ₃	51° 16' 08"	b	21.863	b	21.863
C ₃	81° 06' 27"	sinB ₃	0.78009	sinB ₃	0.78009
和	180°	a ₃	20.704	c ₃	27.689
A ₄	64° 38' 14"	sinA ₄	0.90361	sinC ₄	0.6345
B ₄	75° 58' 48"	b	20.704	b	20.704
C ₄	39° 22' 58"	sinB ₄	0.97021	sinB ₄	0.97021
和	180°	a ₄	19.283	c ₄	13.54

6 . 方位角の計算

三角網の調整計算（平均計算）が終われば、方位角既知の辺から調整計算で得られた三角形の内角を用いて、順次各辺の方位角を計算しなければならない。いま、例えば三角形の C 点における辺 CA の方位角を (CA) で表すことにすると、図- 4 からつぎの関係があることが分かる。

$$(CA) = (AC) + 180^\circ$$

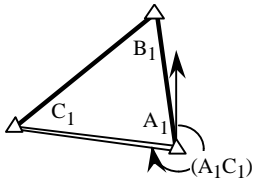
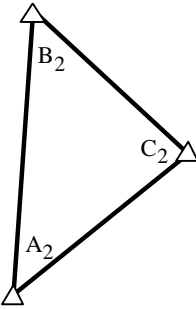
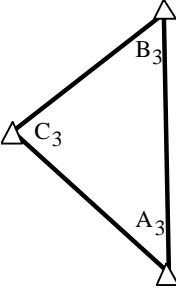
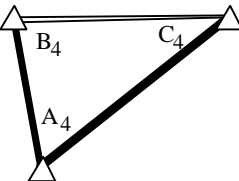
$$(CB) = (CA) \pm C$$

$$(BA) = (CB) \pm B + 180^\circ$$

ただし、上式の複号は、+ : 三角形が辺 AC の左側にある場合 [図- 4 (b)] , - : 三角形が辺 AC の右側にある場合 [図- 4 (a)] であり、表- 5 に図- 3 の三角網を計算した例を示す。表では枠中の角度の和がその下の枠の最上位の角度になるように並べて計算したものである。

今回の実習にあっては、基線の方位角を真東 (90°) あるいは真西 (270°) と仮定して、他の辺の方位角を計算する。

表- 5 方位角の計算例

				
	(右回り)	(左回り)	(右回り)	(左回り)
(AC)	277° 31' 48" 180°	57° 48' 53" 180°	318° 58' 47" 180°	57° 52' 20" 180°
(CA)	97° 31' 48"	237° 48' 53"	138° 58' 47"	237° 52' 20"
C	-39° 42' 55"	81° 09' 54"	-81° 06' 27"	39° 22' 58"
(CB)	57° 48' 53" 180°	318° 58' 47" 180°	57° 52' 20" 180°	277° 15' 18" 180°
B	-59° 11' 44"	50° 07' 26"	-51° 16' 08"	75° 58' 48"
(BA)	178° 37' 09" 180°	189° 06' 13" 180°	186° 36' 12" 180°	173° 14' 06" 180°
A	-81° 05' 21"	48° 42' 40"	-47° 37' 25"	64° 38' 14"
(AC)	277° 31' 48"	57° 48' 53"	318° 58' 47"	57° 52' 20"

7. 座標の計算

各三角形の全ての辺長および方位角の計算が終わったら、各三角点の座標を計算する。原点は基線上の三角点をとる。表-6 に図-3 の三角網の場合の計算例を示す。ここでは原点はA1にとり、まず、C1の座標を計算し、順次各三角形について(CB)の方位角と角Aの対辺の長さaを用いてB点の座標の計算をおこなっている。

表-6 座標計算例

三角形	方位角 辺長(m)	sin (CB)	cos (CB)	Dy	Dx	Yi + Dy	Xi + Dx
	277° 1' 48" 19.414	-0.99138	0.131045	-19.247	2.544	0 -19.247	0 2.544
1	57° 8' 53" 22.33	0.84633	0.532659	18.899	11.894	-19.247 18.899	2.544 11.894
2	318° 8' 47" 21.863	-0.65633	0.754477	-14.349	16.495	-0.348 -14.349	14.438 16.495
3	57° 2' 20" 20.704	0.846864	0.531809	17.533	11.011	-14.697 17.533	30.933 11.011
4	277° 5' 18" 19.283	-0.99199	0.126286	-19.129	2.435	2.836 -19.129	41.944 2.435
						-16.293	44.38

8. 提出物

レポート：

(レポート1 距離測量)、(レポート2 角測量)

測量作業の場所，日時，測量の目的，使用器具(巻尺・セオドライトの形式番号を明記)，測量方法，観測場所略図，野帳記録(野帳への記録内容を清書したもの，コピーは認めない)，観測結果(平均値)とその精度(標準誤差)の途中計算と結果(平均値±標準誤差のように表示する。有効数字に注意。)，考察、感想

(レポート3 調整計算)

三角網略図，距離、各測量の観測結果(計算に用いる他班の分も書く)，調整計算結果，その結果を用いた計算値(cf.5.~7.)、考察，感想。

図面：

図面1 三角点の座標図