講演題目：対称空間とグラスマン幾何

概要：「グラスマン幾何」は，接空間に対して与えられた制約条件下で，部分多様体を考察するという部分多様体論で，局所的には，準線形一階偏微分方程式系の解の研究に繋がっている．このような考え方が既にあったことは容易に想像されるが，「グラスマン幾何」というネーミングは，R. Harvey と B. Lawson の論文"Caribrated geometries"(1980) の中で初めて使われたようである．一方，E. B. Dynkin による複素半単純リー代数の複素半単純リー部分代数の分類理論 (1952) から，コンパクト半単純リー群の閉リー部分群の局所的分類が得られる．この延長線上に，等質リーマン多様体の等質部分多様体の分類問題がある．これに関連して，これまで，定曲率空間や階数1リーマン対称空間など個別の等質リーマン多様体に対して，その等質部分多様体の分類問題が研究されてきた．

等質部分多様体の分類問題は，グラスマン幾何の枠組みを通してうまく定式化(軌道型グラスマン幾何を導入)することができ，等質部分多様体を形式的に類別することができる．類別された形式的な部分多様体の族は，個々それぞれに，O-幾何と呼ばれ，O-幾何における最初の問題は，(1) 与えられたO-幾何に真に部分多様体が存在するか否かを判別することである．これは付随する準線形偏微分方程式系の解の存在・非存在を明らかにすることに他ならない．その後，次の段階として，(2) 実質的なO-幾何に典型的な部分多様体(例えば，極小部分多様体や等質部分多様体など)が存在するかを考察することが課題になる．特に，等質部分多様体の存在問題が解明できれば，等質リーマン多様体における等質部分多様体の存在状況あるいは分布状況を把握できるのではないかと考えた．

この講演では，このような考えに立って，これまでの研究成果をグラスマン幾何の観点から振り返るとともに，リーマン対称空間の(特に曲面に関する)O-幾何について得られた現状と今後の課題について解説したい．講演で取り上げる内容は以下のとおりである．

[講義 1] グラスマン幾何と部分多様体論ーイントロダクションー (10:30-11:30)

グラスマン幾何に係る基本事項のほか，グラスマン幾何の枠組みの中で考察されたカリブレーションの幾何や J. M. Landsberg の結果 (Minimal submanifolds defined by 1st PDE) を概観する．また，定曲率空間や階数1対称空間の部分多様体論をグラスマン幾何の枠組みから見直すとともに，以下の講義の流れについて説明する．

[講義 2] グラスマン幾何と対称部分多様体 (13:00-14:00)

対称部分多様体に係る基本事項のほか，リーマン対称空間の対称部分多様体の分類問題の解決にグラスマン幾何の枠組みがどのように関わっているかを解説する．

[講義 3] 三次元リー群のグラスマン幾何的曲面論 (14:15-15:15)

三次元リー群は J. Milnor の研究によって，様々な具体的検証が可能な空間である．この空間の曲面論について，グラスマン幾何の問題 (1), (2) を考察することによって，グラスマン幾何的曲面論に対するアプローチ方法を検証する．

[講義 4] 対称空間のグラスマン幾何的曲面論-現状と課題ー (15:30-17:00)

上記三次元リー群の場合のアプローチ方法を踏襲しながら，リーマン対称空間のグラスマン幾何的曲面論に対する問題 (1) の解決を目指す．現在の進展状況と今後の課題について説明する．