

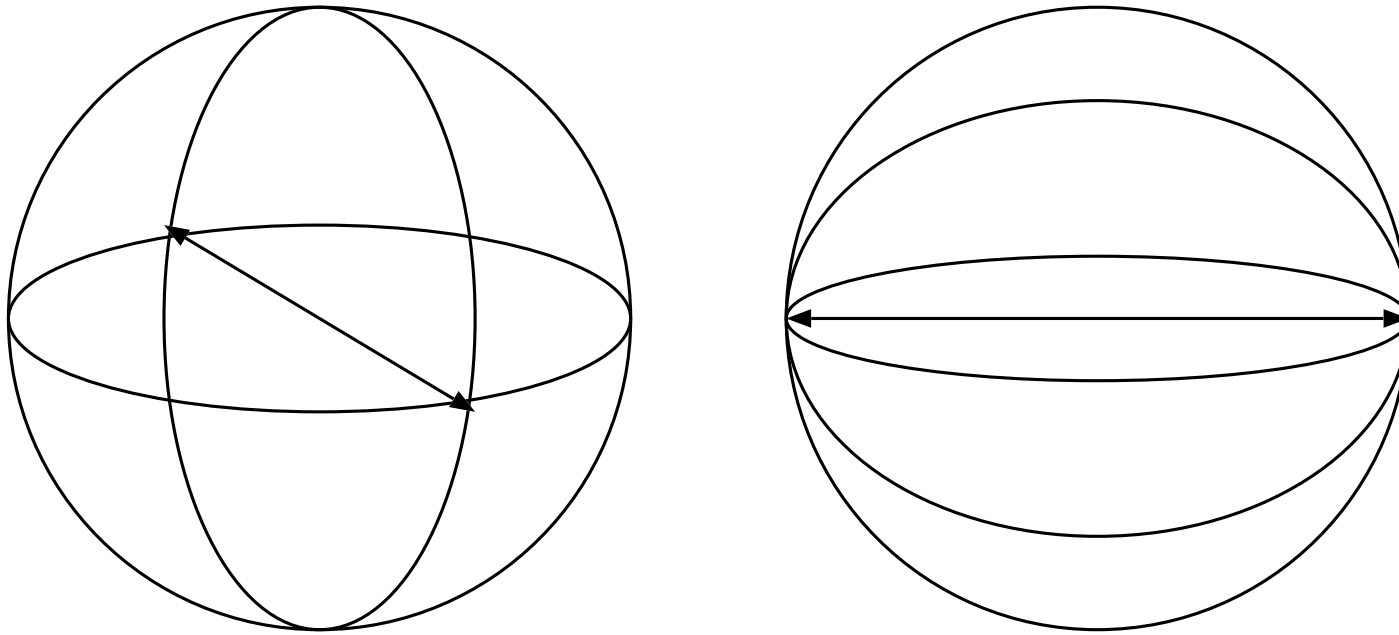
複素二次超曲面の 二つの実形の交叉

田崎博之

筑波大学数理物質科学研究科

2010 年 3 月

球面内の大円の交叉



対蹠点の対

$\bar{M}$: Hermite 対称空間

M : $\bar{M}$ の実形

$\exists$ 対合的反正則等長変換

$$\sigma : \bar{M} \rightarrow \bar{M}$$

$$M = \{x \in \bar{M} \mid \sigma(x) = x\}$$

実形 : 全測地的 Lagrange 部分多様体

例 : $\mathbb{R}^n \subset \mathbb{C}^n$, $\mathbb{R}P^n \subset \mathbb{C}P^n$

複素二次超曲面の実形の分類

$$\tilde{G}_2(\mathbb{R}^{n+2}) \subset \wedge^2 \mathbb{R}^{n+2} \text{ とみなす}$$

$$S^{k,n-k} = S^k(\mathbb{R}u_1 + \mathbb{R}e_1 + \cdots + \mathbb{R}e_k)$$

$$\wedge S^{n-k}(\mathbb{R}u_2 + \mathbb{R}e_{k+1} + \cdots + \mathbb{R}e_n)$$

$$(0 \leq k \leq [n/2])$$

$u_1, u_2, e_1, \dots, e_n : \mathbb{R}^{n+2}$ の正規直交基底

任意の実形は $S^{k,n-k}$ と合同 (正則等長変換で写る)

Riemann 対称空間 $M \supset S$: 対蹠集合

$$\Leftrightarrow \forall x, y \in S \quad s_x y = y$$

$\#_2 M$: M の 2-number

$$= \sup \{ \#S \mid S \text{ は対蹠集合} \}$$

S : 大対蹠集合

$$\Leftrightarrow S : \text{対蹠集合、} \#_2 M = \#S$$

M : コンパクト型 Hermite 対称空間

またはその実形

$$\Rightarrow \#_2 M = \dim H_*(M, \mathbb{Z}_2)$$

定理 $0 \leq k \leq l \leq [n/2]$

L_1, L_2 は $S^{k,n-k}, S^{l,n-l}$ と合同

L_1 と L_2 は横断的に交わる

このとき、 $L_1 \cap L_2$ は次と合同

$$\{\pm u_1 \wedge u_2, \pm e_1 \wedge e_2, \dots, \pm e_{2k-1} \wedge e_{2k}\}$$

$L_1 \cap L_2$ は L_1 の大対蹠集合

$$\#(L_1 \cap L_2) = \#_2 L_1 = 2k + 2$$

$k = l = [n/2]$ ならば、

$L_1 \cap L_2$ は $\tilde{G}_2(\mathbb{R}^{n+2})$ の大対蹠集合