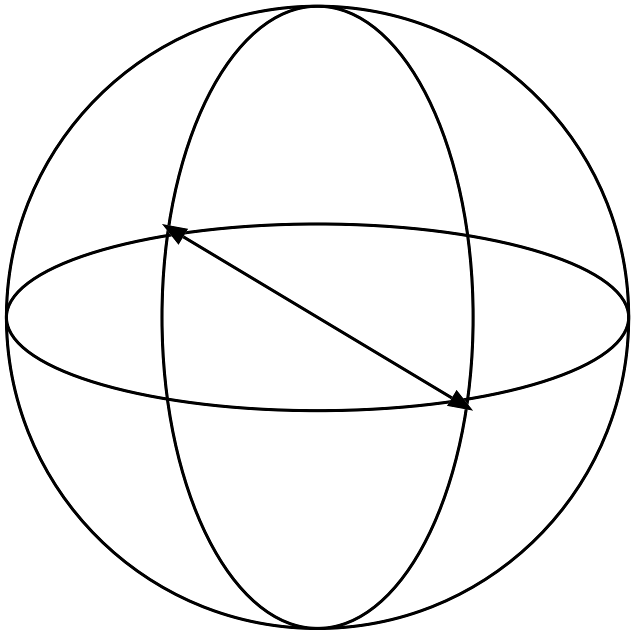
コンパクト型 Hermite 対称空間の二つの実形の交叉

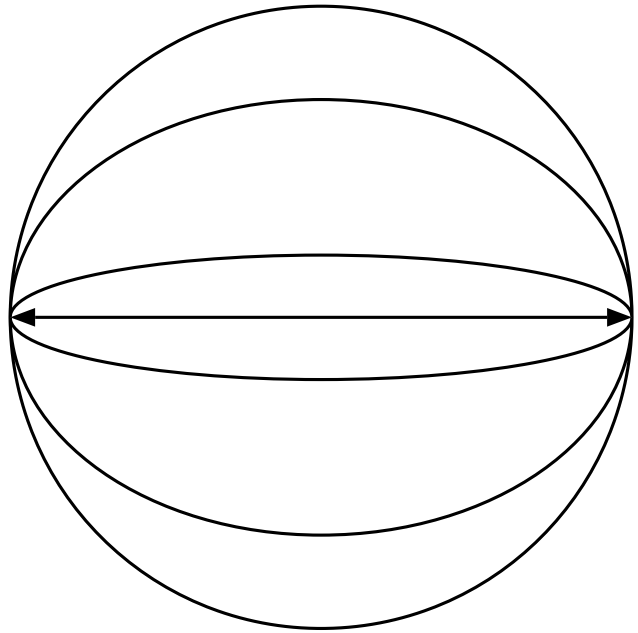
田中 真紀子 東京理大理工

田崎 博之 筑波大数理物質

2010 年 9 月

$\mathbb{C}P^1$ 内の二つの $\mathbb{R}P^1$





前回の学会講演

$\mathbb{C}P^1 \longrightarrow$ **複素二次超曲面**

今回の学会講演

$\mathbb{C}P^1 \longrightarrow$

コンパクト型 Hermite **対称空間**

$\bar{M}$ ： Kähler 多様体

M ： $\bar{M}$ の実形

∃対合的反正則等長変換

$$\sigma : \bar{M} \longrightarrow \bar{M}$$

$$M = \{x \in \bar{M} \mid \sigma(x) = x\}$$

実形 ： 全測地的 Lagrange 部分多様体

実形の例

$$\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}} \subset \mathbb{C}^{\boldsymbol{n}},$$

$$\mathbb{R}\boldsymbol{P}^{\boldsymbol{n}} \subset \mathbb{C}\boldsymbol{P}^{\boldsymbol{n}},$$

$$\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{r}}(\mathbb{R}^{\boldsymbol{r}+\boldsymbol{n}}) \subset \boldsymbol{G}_{\boldsymbol{r}}(\mathbb{C}^{\boldsymbol{r}+\boldsymbol{n}})$$

Riemann対称空間 $M \supset S$: 対蹠集合

$\Leftrightarrow \forall x, y \in S \quad s_x y = y$

$\#_2 M$: M の2-number

$= \sup\{\# S \mid S$ は対蹠集合$\} < \infty$

S : 大対蹠集合

$\Leftrightarrow S$: 対蹠集合、 $\#_2 M = \# S$

M : コンパクト型Hermite対称空間

またはその実形

$\Rightarrow \#_2 M = \dim H_*(M, \mathbb{Z}_2)$

$\{x, -x\}$: S^n の大対蹠集合

$\#_2 S^n = 2$

$\mathbb{K} = \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{H}$

$\{\{e_{i_1}, \ldots, e_{i_r}\}_{\mathbb{K}} \in G_r^{\mathbb{K}}(\mathbb{K}^{n+r}) \mid$ 標準基底から r 個とる $\}$

: $G_r^{\mathbb{K}}(\mathbb{K}^{n+r})$ の大対蹠集合

$$\#_2 G_r^{\mathbb{K}}(\mathbb{K}^{n+r}) = \binom{n+r}{r}$$

定理 1(田中-T.)

M：コンパクト型

Hermite対称空間

L_1, L_2：M の実形、

横断的に交わる

$\Rightarrow$

$L_1 \cap L_2$：L_1 と L_2 の対蹠集合

定理 2(田中-T.)

M : コンパクト型

Hermite対称空間

L_1, L_2 : M の**合同な**実形、

横断的に交わる

$\Rightarrow$

$L_1 \cap L_2$: L_1 と L_2 の**大**対蹠集合

定理 3(田中-T.)

M ： 既約コンパクト

Hermite対称空間

L_1, L_2 ： M の実形、

横断的に交わり、$\#_2 L_1 \leq \#_2 L_2$

(1) $(M, L_1, L_2) \not\cong$

$(G_{2m}(\mathbb{C}^{4m}), G_m(\mathbb{H}^{2m}), U(2m))$

$(m \geq 2)$

$\Rightarrow L_1 \cap L_2$ ： L_1 の大対蹠集合

$(2)\ (M, L_1, L_2) \cong$
$(G_{2m}(\mathbb{C}^{4m}), G_m(\mathbb{H}^{2m}), U(2m))$
$(m \geq 2)$
$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \#(L_1 \cap L_2) &= 2^m \\ &< \binom{2m}{m} = \#_2 G_m(\mathbb{H}^{2m}) \\ &< 2^{2m} = \#_2 U(2m) \end{aligned}$$