

対話式幾何学ソフトウェアについて

濱田 龍義

福岡大学

KNOPPIX/Math Project

2005 年 11 月 23 日

1 序

本稿では、対話式幾何学ソフトウェア (Interactive Geometry Software) を紹介します。

対話式幾何学ソフトウェアとは、コンパスや定規の代わりに、コンピュータと対話をしながら図形を描くソフトウェアです。Dynamic Geometry Software と呼ばれることもあるようです。単にコンパスと定規の代わりならば、わざわざコンピュータを使う意味はありません。対話式幾何学ソフトウェアを使うと、図形の性質を保ったまま、変形、回転、移動を行なえます。2 点の距離や角度を計測したり、計算を行なうこともできます。

対話式幾何学ソフトウェアは、商品、オープンソースソフトウェア共に多数存在します。日本国内で、もっとも有名なものが、明治大学の阿原一志氏によって紹介された Cinderella[1] でしょう。これは Springer からソフトウェアが同梱された書籍 [2] や解説書 [3] が出版されています。その他にも、Geometer's Sketchpad[4] や Cabri[5] など熱心な利用者を擁しているようです。一方、オープンソースソフトウェアに目を向けると、Linux 上で動く KSEG[6], Dr. Geo[7], Kig[8] などが一部で知られていますが、残念ながら、まだまだ知名度は低いようです。また、ここまでで紹介したソフトウェアは、全て海外で開発されていますが、国内の開発物に目を向けると愛知教育大学の飯島康之氏によって製作されている GC[9] があります。GC はオープンソースソフトウェアではありませんが、自由にダウンロードして使用することができます。GC は教育支援ツールとして位置付けられており、豊富な教育実績を積んでいるようです。

このように多数存在する対話式幾何学ソフトウェアの利用方法に目を向けると平面幾何学に関する教育支援ツールという位置付けが主流です。対話式幾何学ソフトウェアのほとんどが幾何学的条件を満たす点の軌跡を描く機能を備えているにも関わらず、せいぜいスピログラフ*1 を真似する程度で、これまで、あまり注目される機能ではなかったように思われます。本稿では、この機能に注目し、対話式幾何学ソフトウェアを様々な平面曲線を描く道具として紹介します。軌跡を描く機能と、変形、回転、移動などの変換を合わせることで、平面曲線を方程式ではなく、幾何学的条件によって描画することができます。

*1 スピロデザイン、デザイン定規とも呼ばれます。歯車のついたプラスチック板のことです。最近、また、あちこちで見かけるようになりました。100 円ショップに良く置いてあります。:-)

2 KSEG

ここでは数あるソフトウェアの中から、Ilya Baran 氏が作成したソフトウェア “KSEG” の紹介を行いません。“KSEG” は対話式幾何学ソフトウェアの一種でオープンソースソフトウェアとして公開されています。C++ 言語で書かれたソースコードは自由に閲覧できますし、また、再配布、改造物の公開なども許可されています。KNOPPIX/Math にも含まれていますし、Windows 版も公開されていますので、気軽に誰でも使いやすいアプリケーションではないかと思います。KSEG は Ilya Baran 氏が Geometer’s Sketchpad に触発されて開発を始めたソフトウェアですが、その操作方法は極めて自然で覚えやすいものです。まずは基本的な操作方法について KNOPPIX/Math を利用して解説します。

2.1 起動方法について

KNOPPIX/Math には多数の数学ソフトウェアが収録されています。画面左下の左から 2 番目の \sqrt{x} というアイコンをマウスでクリックしてください。この中から起動したい数学ソフトウェアを選択して、マウスをクリックすれば、選択したソフトウェアが起動します。メニューはアルファベット順に並んでいます。

それでは、KSEG を起動しましょう。先ほどの \sqrt{x} メニューの中から KSEG(KSEG) を選んで、マウスでクリックしてください。下の図のようなウィンドウが表示されます。

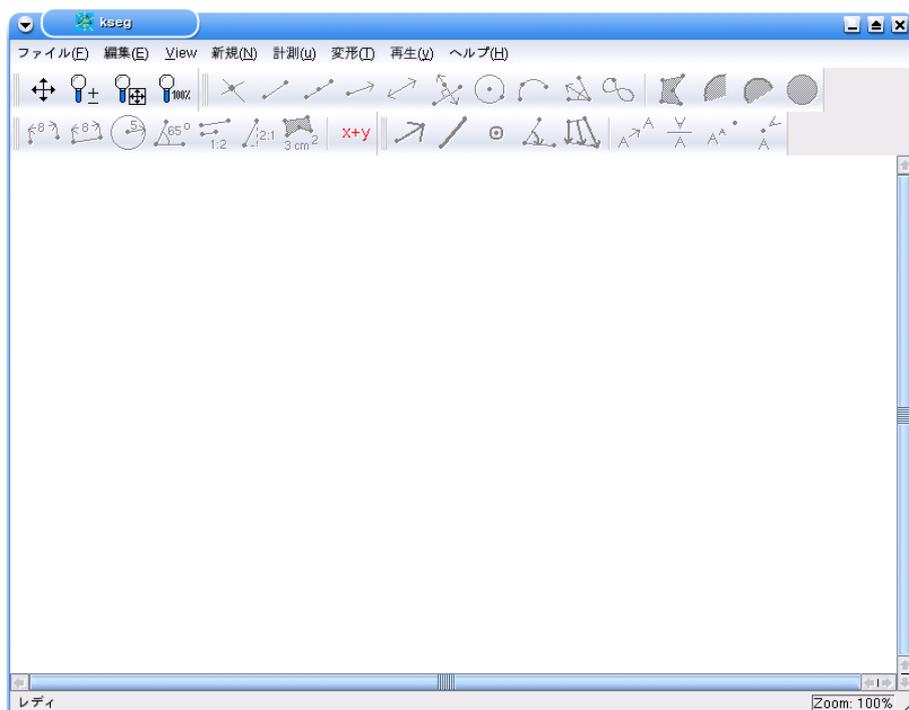


図 1 KSEG 画面

ウィンドウ上部にメニューが配置され、その下にはボタン型のアイコンがあります。ボタンの絵を見れば、おおよその見当はつくのではないのでしょうか？ヘルプをクリックすると日本語に翻訳された解説を読むことができます。詳しい使い方を知りたい時は、このヘルプファイルを読むと良いでしょう。

2.2 KSEG の使い方

基本的な使い方については、次の3つのことだけ押えておけば十分です。

1. 右クリックで点を描画
2. 左クリックで点や線、円を選択（矩形選択や shift キーを用いた複数選択も可能）
3. 図形作成に必要な点や線を選択後、メニューもしくはボタンで図形を作成

例えば、一般に平面内で線分を決定するためには2点が必要です。従って、KSEG で線分を描く時は、次のような手順を踏みます。

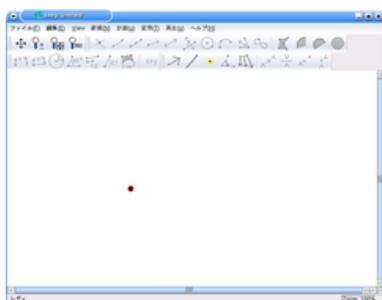


図2 適当な場所で右クリック

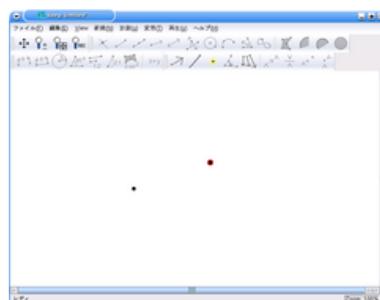


図3 さらに別な場所で右クリック

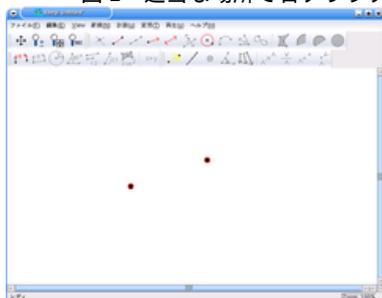


図4 Shift キーを押しながら2点を選択

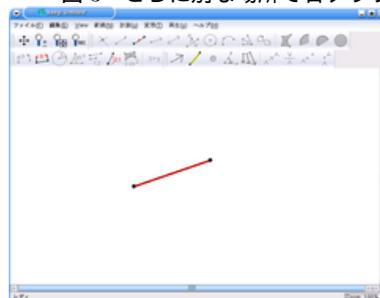


図5 メニューから「新規」→「線分」

同様に「線分」の代わりに「直線」や「半直線」を選択することもできます。もちろん、ボタンで指定しても構いません。対話式幾何学ソフトウェアのインターフェースは、ソフトウェアによって微妙に異なります。KSEG は幾何学的対象物を描くために必要な点を先に描画する「点指向ユーザインターフェース」ですが、Cinderella などは、ペイントソフトなどと同様に、先に描くべき目的物を選択する「目的物指向ユーザインターフェース」を採用しています。どちらが使い良いかは、一概には言えませんが、多分に慣れの問題もあるようです。

2.3 KSEG の機能について

KSEG は幾何学的対象物を描画するだけでなく、計測することもできます。2点間の距離、線分の長さ、円の半径、3点のなす角度、線分の長さの割合、傾き、領域の面積などが用意されています。また、計測された結果に対して、四則演算が可能であり、累乗、平方根等を計算することができます。

また、上記、計測結果などを元にして変形も可能です。中心と割合を選択すれば、幾何学的対象物に対して拡大縮小を行なうことができます。中心と角度を選択すれば、回転移動を行なうことができます。他にもベクトルを選択してから、平行移動を行なったり、直線を鏡に見立てて鏡映変換を行なうこともできます。

3 制御器による軌跡の描画

3.1 定和制御器、定差制御器

まず、作成が一番簡単な楕円について考えましょう。楕円を2点からの距離が一定な点の軌跡として描きます。

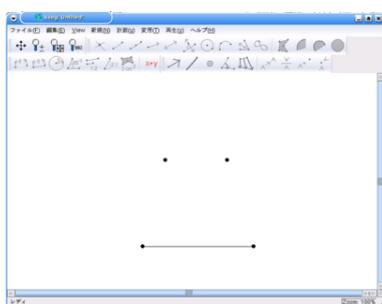


図6 焦点となる2点と線分を1本描く

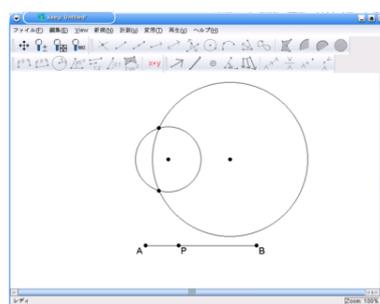


図7 線分 AP, BP を半径に持つ円を描く

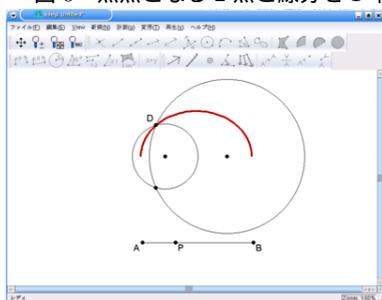


図8 2点 P, D を選択して軌跡を描く

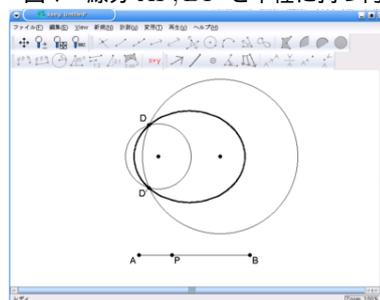


図9 交点 D' についても同様

ここで、線分 AB と線分 AB 上の点 P のことを制御器 (controller)、点 P のことを駆動点 (driver)、点 D, D' のことを描画点 (drawing point or driven point) と呼ぶことにします。軌跡を描くためには、駆動点と描画点 (点に限らず、直線や円、軌跡などの幾何学的オブジェクトでも良い) を選択してやれば良いことがわかります。これで定和制御器 (cs-controller) が完成しました。線分 AB の代わりに直線 AB を考えれば、定差制御器 (cd-controller) を用いて双曲線を描くことができます。

3.2 定積制御器、定比制御器

和、差とききましたので、積や比が一定な点の軌跡についても考えてみましょう。ここでは、紙面の都合上から制御器作成のヒントとなる図だけを紹介しておきます。

2点からの距離の積が一定な点の軌跡はカッシーニの卵型線と呼ばれています。定積制御器 (cp-controller) の作り方は龍谷大学の中川義行氏のアイディアによるものです。ここでも、点 P が駆動点、点 D, D' が描画点です。点 P' 、点 Q は固定点であり、点 Q' は、線分 $P'Q'$ が線分 PQ に平行になるように選んでいます。相

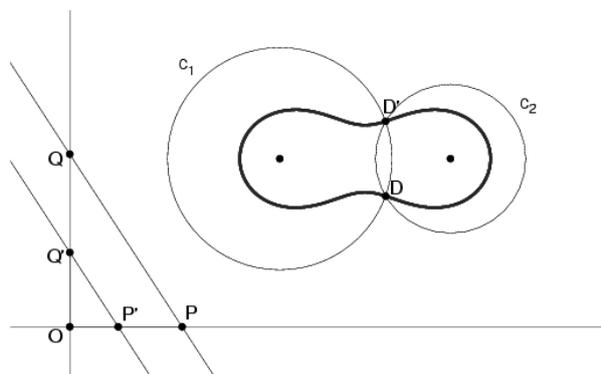


図 10 カッシーニの卵形線

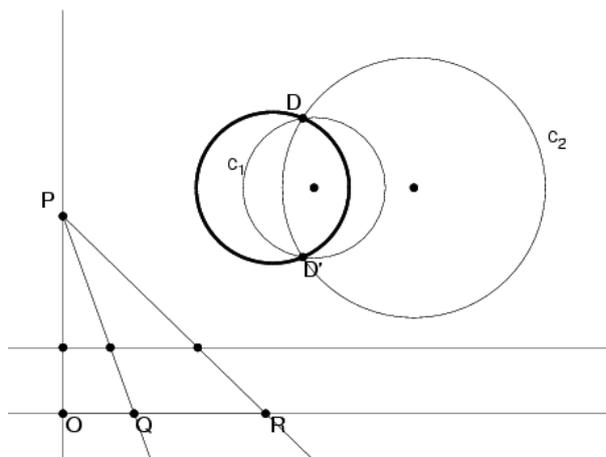


図 11 アポロニウスの円

似た三角形の辺の比を考えれば、線分 OP の長さと線分 OQ' の長さの積が一定になることは明らかです。実は、点 Q と卵形線を選択して、さらに軌跡を描かせると曲線族が得られます。この曲線族は Cassini Ovals として知られており、レムニスケートを含んでいます。

2点からの距離の比が一定な点の軌跡は高校の教科書でも紹介されるようにアポロニウスの円と呼ばれています。定比制御器 (cr-controller) の作り方もまた、相似な三角形の辺の比を利用します。点 P が駆動点、点 D, D' が描画点です。線分 OQ と線分 QR を半径とする 2 円 c_1, c_2 の交点が点 D, D' となります。

ここで紹介した機能は対話式幾何学ソフトウェア KSEG の持つ可能性のほんの一部です。慣れてくれば、サイクロイドやアルキメデスの螺旋、伸開線なども描くことができます。包絡線による二次曲線の構成は、見るものを引き付けます。興味のある方は、KNOPPIX/Math に同梱されているサンプルを御覧ください。KSEG でサンプルを開いた後、メニューから「ファイル」→「コンストラクションとしてコピー」を選択すれば、どのように作成されたかも知ることができます。また、初歩的な使い方に関するドキュメントとしては、福岡大学オープンキャンパスで用いた資料「KSEG で遊ぶ平面幾何」[10]などを参照してください。

参考文献

- [1] The Interactive Geometry Software Cinderella, <http://cinderella.de/tiki-index.php>
- [2] シンデレラ 幾何学のためのグラフィックス J. リヒター-ゲバート, U.H. コルテンカンプ著, 阿原 一志訳, Springer-Verlag Tokyo, ISBN4-431-70966-5
- [3] シンデレラで学ぶ平面幾何, 阿原 一志著, Springer-Verlag Tokyo, ISBN4-431-71120-1
- [4] The Geometer's Sketchpad, <http://www.yano-el.co.jp/education/gsp/>
- [5] Cabri Geometry II Plus, <http://www.naoco.com/cabri/cabri2+.htm>
- [6] KSEG, Free Interactive Geometry Software, <http://www.mit.edu/~ibaran/kseg.html>
- [7] Dr. Geo, interactive geometry <http://www.ofset.org/drgeo/>
- [8] The KDE Edutainment Project - Kig, <http://edu.kde.org/kig/>
- [9] GCjava, <http://iijima.auemath.aichi-edu.ac.jp/GCjava/>
- [10] KSEG で遊ぶ平面幾何, 濱田龍義, <http://geom.math.metro-u.ac.jp/wiki/index.php?KSEG>